Modélisation et simulation avancées de l'écoulement dans les réservoirs souterrains avec fractures et puits pour une industrie durable

Accès libre

Problème	Oil Gas Sci. Technol. - Rév. IFP Energies nouvelles **Volume** 75, 2020 Modélisation et simulation avancées de l'écoulement dans les réservoirs souterrains avec fractures et puits pour une industrie durable
Numéro de l'article	33
Nombre de pages)	8
EST CE QUE JE	https://doi.org/10.2516/ogst/2020025
Publié en ligne	05 juin 2020

Science et technologie du pétrole et du gaz - Rév.IFP Energies nouvelles **75** , 33 (2020)

Article régulier

Analyse de stabilité théorique du modèle d'éléments finis mixtes d'écoulement de gaz de schiste avec effet géomécanique

Mohamed F. El-Amin [1,2*] , Jisheng Kou [3] et Shuyu Sun [4]

[1] Energy Research Laboratory, College of Engineering, Effat University, 21478 Djeddah, Royaume d'Arabie saoudite
[2] Département de mathématiques, Faculté des sciences, Université d'Assouan, 81528 Assouan, Égypte
[3] École de mathématiques et de statistiques, Hubei Engineering University, Xiaogan, 432000 Hubei , RP Chine
[4] Division des sciences physiques et de l'ingénierie (PSE), King Abdullah University of Science and Technology (KAUST), Thuwal, 23955-6900 Djeddah, Royaume d'Arabie saoudite

[*] Auteur correspondant: momousa@effatuniversity.edu.sa

Reçu: 6 février 2020
Accepté: 6 avril 2020

Abstrait

Dans ce travail, nous introduisons une base théorique de l'analyse de stabilité de la solution d'éléments finis mixtes au problème du transport des gaz de schiste dans les milieux poreux fracturés avec des effets géomécaniques. Le système différentiel a été résolu numériquement par la méthode des éléments finis mixtes (MFEM). Les résultats comprennent sept lemmes et un théorème avec des preuves mathématiques rigoureuses. L'analyse de stabilité présente la condition de délimitation de la solution MFE.

Nomenclature

b_d : Facteur de glissement

$k_{0,d}$: perméabilité intrinsèque

ϕ_m : Porosité des blocs matriciels

ϕ_f : Porosité des fractures

ρ_m : Masse volumique du gaz dans les blocs matriciels

ρ_f : Masse volumique du gaz dans les fractures

ρ_s : Masse volumique du noyau

M_w : Poids molaire du gaz

P_L : Pression de Langmuir

p_m : Pression de gaz dans les blocs matriciels

p_f : Pression de gaz dans les fractures

p_c : Pression critique

p_{fe} : Pression de fracture moyenne autour du puits

V_L : Volume de Langmuir

V_{std} : Volume molaire dans des conditions standard

R : Constante générale des gaz

T : Température

T_c : Température critique

Z : Facteur de compressibilité du gaz

r_w : Rayon de puits

r_e : Rayon de drainage

n : Ensemble de fractures normales

σ_m : Contrainte moyenne dans les blocs matriciels

σ_f : Contrainte moyenne dans les fractures

σ'_m : Contrainte effective dans les blocs matriciels

σ'_f : Contrainte effective dans les fractures

α_d : Paramètre effectif de Biot

L_x : Espacement des fractures dans x

L_y : Espacement des fractures dans y

L_z : Espacement des fractures dans z

Exposants et indices

f : Fractures

m : Matrice

d : m ou f

1. Introduction

Les méthodes des éléments finis (FEM) sont des techniques numériques efficaces pour résoudre les problèmes d'ingénierie complexes. Les FEM sont apparus au milieu du siècle dernier et ont été largement utilisés dans les applications mécaniques solides [1]. Le FEM a été largement étudié et développé au cours des cinq dernières décennies [2], et est maintenant utilisé pour les problèmes hautement non linéaires [3]. Cependant, le FEM standard a fait face à certaines instabilités pour résoudre le problème elliptique qui décrivent l'écoulement dans les milieux poreux [4 ,5]. En revanche, les méthodes des éléments finis mixtes (MFEM) ont réussi à éliminer ces instabilités [6 ,7] car elle peut être étendue à des approximations d'ordre supérieur ainsi que c'est une méthode localement conservatrice [8]. Différentes variables physiques peuvent être traitées différemment dans le MFEM des autres variables. Par exemple, l'espace linéaire amélioré de Brezzi-Douglas-Marini (BDM1) est utilisé pour l'approximation de la vitesse, ce qui nécessite plus de précision, tandis que l'espace constant par morceaux est utilisé pour l'approximation de la pression. Les modèles de transport de gaz de schiste ont été principalement développés en adaptant les modèles traditionnels d'écoulement en milieu poreux fracturé. Warren et Root [9] ont développé un modèle géométrique idéalisé pour étudier l'écoulement comportemental dans des milieux poreux fracturés. Le modèle à double porosité incluant la contrainte de fracture a été utilisé pour étudier l'écoulement de gaz dans le schiste [10 ,11], tandis que le modèle à double continuum a été utilisé pour décrire le flux de gaz de schiste kérogène [12 ,13]. Plusieurs versions du modèle à double continuum ont été développées pour inclure, par exemple, l'adsorption, la chaleur, la déformation et la diffusion Knudsen [14 -17]. Plusieurs auteurs ont présenté des travaux de recherche dans des réservoirs de gaz de schiste ayant des effets géomécaniques, comme Wang *et al.* [18], Lin *et al.* [19], et Yang *et al.* [20]. Wang *et coll.* [18] ont développé un modèle général comprenant des fractures discrètes encastrées, des continuums d'interaction multiples et la géomécanique dans des réservoirs de gaz de schiste avec des fractures multi-échelles. Dans [19], les auteurs fournissent des informations sur la propagation des fractures en utilisant une simulation d'écoulement de réservoir intégrée à la géomécanique dans des réservoirs étanches non conventionnels. Les effets de l'adsorption à plusieurs composants et de la géomécanique sont étudiés dans un réservoir de condensat de schiste [20]. Girault *et coll.* [21] ont introduit des estimations d'erreur a *priori* pour un système poro-élastique-élastique discrétisé, dans lequel l'équation de pression d'écoulement est discrétisée soit par un schéma de Galerkin continu soit par un schéma mixte, tandis que les équations de déplacement élastique sont discrétisées par un schéma de Galerkin continu. El-Amin *et coll.* [22] ont utilisé le MFEM avec analyse de stabilité pour simuler le problème du transport de gaz naturel dans un réservoir à faible perméabilité sans tenir compte des fractures. Les auteurs [23] ont étendu leurs travaux pour couvrir les milieux poreux fracturés et la sensibilité aux contraintes des roches avec une analyse de stabilité réfléchie du MFEM. Dans ce travail, nous présentons une base théorique avec des preuves de l'analyse de stabilité du MFEM (dans la réf. [23]) incluant les lemmes et le théorème nécessaires.

2 Modélisation et formulation

Dans cette section, le modèle mathématique du problème considéré est développé. Le modèle DPDP (Dual Porosity Dual Permeability) est utilisé pour décrire le transport de gaz dans un milieu poreux fracturé constitué de blocs de matrice et de fractures. Le gaz absorbé et le gaz libre coexistent dans les blocs de matrice, cependant, le gaz libre n'existe que dans les fractures. La masse d'accumulation de gaz libre est $\phi_m \rho_m$, et l'accumulation de gaz adsorbé (modèle isotherme de Langmuir) est [24,25],

$$\frac{(1-\phi_m)\rho_s M_w V_L p_m}{V_{\text{std}}(P_L+p_m)}. \tag{1}$$

La masse volumique du gaz peut s'écrire,

$$\rho_{g,d} = \frac{p_d M_w}{\text{ZRT}}, \quad d = m, f. \tag{2}$$

Le facteur de compressibilité du gaz, Zqui est donné par l'équation d'état de Peng-Robinson [26],

$$Z^3-(1-B)Z^2+(A-3B^3-2B)Z-(AB-B^2-B^3)=0, \tag{3}$$

$$A = \frac{a_T p}{R^2T^2}, \quad B = \frac{b_T p}{RT}, \tag{4}$$

$$a_T = 0.45724\frac{R^2T_c^2}{p_c}, \quad b_T = 0.0778\frac{RT_c}{p_c}. \tag{5}$$

Dans les formations à faible perméabilité, l'effet Klinkenberg, qui est décrit par la perméabilité apparente, se produit et s'écrit,

$$k_{\text{app},d} = k_{0,d}\left(1+\frac{b_d}{p_d}\right), \quad d = m, f. \tag{6}$$

Le modèle DPDP du transport de gaz dans les strates de schiste fracturé est représenté comme suit:

$$f_1(p_m)\frac{\partial p_m}{\partial t} - \nabla\cdot\left[\frac{\rho_{g,m}(p_m)}{\mu}k_{0,m}\left(1+\frac{b_m}{p_m}\right)\nabla p_m\right] = -S(p_m,p_f), \tag{7}$$

et

$$f_2(p_f)\frac{\partial p_f}{\partial t} - \nabla\cdot\left[\frac{\rho_{g,f}(p_f)}{\mu}k_{0,f}\left(1+\frac{b_f}{p_f}\right)\nabla p_f\right] = S(p_m,p_f)-Q(p_f), \tag{8}$$

où

$$f_1(p_m) = \frac{M_w}{\text{ZRT}}\left[\phi_m(p_m)+\phi_m'(p_m)\,p_m\right] + \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{\text{std}}}\left(\frac{P_L(1-\phi_m(p_m))}{(P_L-p_m)^2} - \frac{\phi_m'(p_m)}{P_L+p_m}\right), \tag{9}$$

et

$$f_2(p_f) = \frac{M_w}{\text{ZRT}}\left[\phi_f(p_f)+\phi'_f(p_f)p_f\right], \tag{dix}$$

telle que $\phi_m$et $\phi_f$est respectivement les porosités de la matrice et des fractures,

$$\phi'_d(p_d) = \frac{\mathrm{d}\phi_d}{\mathrm{d}p_d}, \quad d = m, f. \tag{11}$$

De plus, sur la base des définitions suivantes, $b_m$et $b_f$sont traités comme des constantes [17],

$$b_m = \sqrt{\frac{8\pi RT}{M_w}}\frac{1}{r}\left(\frac{2}{\alpha}-0.995\right)\mu_g, \tag{12}$$

et

$$b_f = \sqrt{\frac{\pi RT\phi_{0,f}}{M_w k_{0,f}}}\;\mu_g. \tag{13}$$

Le coefficient de diffusion de Knudsen est défini comme suit:

$$D_{\mathrm{kf}} = \sqrt{\frac{\pi RT k_{0,f}\phi_{0,f}}{M_w}}. \tag{14}$$

Voici $S(p_m, p_f)$le paramètre de transfert qui relie les domaines matrice-fracture, et défini comme,

$$S\left(p_m, p_f\right) = \frac{\sigma \rho_{g,m} k_m}{\mu}\left(p_m - p_f\right). \tag{15}$$

On peut bien donner la définition de la source de la production en,

$$Q(p_f) = \frac{\theta \rho_{g,f} k_f}{\mu \ln \frac{r_e}{r_w}}\left(p_{\mathrm{fe}} - p_w\right), \tag{16}$$

$$\theta = \begin{cases} \theta = 2\pi & \text{if the production well at the center of the reservoir} \\ \theta = \frac{\pi}{2} & \text{if the production well at the corner of the reservoir} \end{cases}.$$

Étant donné la constante r_c,, le rayon de drainage est représenté par,

$$r_e = 0.14\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}. \tag{17}$$

Le coefficient d'écoulement croisé entre la matrice et les domaines de fracture est défini comme [9],

$$\sigma = \frac{2n(n+1)}{l^2}, \tag{18}$$

tel que $l$donné par,

$$l = \frac{3L_x L_y L_z}{L_x L_y + L_y L_z + L_x L_z}. \tag{19}$$

2.1 Effets géomécaniques

Invocation de la sensibilité au stress de la roche [27], la porosité peut être exprimée en fonction de la contrainte effective moyenne,

$$\phi_d(\sigma'_d(p_d)) = \phi_{r,d} + (\phi_{0,d} - \phi_{r,d})\exp(-a\sigma'_d), \quad d = m, f, \tag{20}$$

$$\sigma'_d = \sigma_d + \alpha_d p_d, \quad d = m, f. \tag{21}$$

À partir de (20) et (21) , nous pouvons obtenir,

$$\phi_d(p_d) = \phi_{r,d} + C_{1,d}\exp(-ap_d), \ C_{1,d} = (\phi_{0,d} - \phi_{r,d})\exp(-a\sigma_d), \quad d = m, f. \tag{22}$$

Lorsque la porosité augmente, la différence $(\phi_{0,d} - \phi_{r,d})$devient positive et *vice versa* . En outre, le coefficient $C_{1,d}$devient petit en fonction du changement de porosité, et il devient positif si la porosité augmente et négatif si la porosité diminue.

2.2 Conditions initiales et aux limites

Les conditions initiales peuvent être représentées par,

$$p_m(\cdot, 0) = p_f(\cdot, 0) = p_0 \quad \text{in} \quad \Omega_m \cup \Omega_f. \tag{23}$$

La pression sur le puits de production (condition aux limites) est donnée par,

$$p_f(\cdot, t) = p_w \quad \text{on} \quad \Gamma_D^f \times (0, T). \tag{24}$$

Les conditions aux limites sans flux sur la matrice sont données comme suit:

$$u_m \cdot n = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_N^m \cup \Gamma_N^f \times (0, T), \tag{25}$$

tandis que les conditions aux limites sans écoulement pour le domaine de fracture sont,

$$u_f \cdot n = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_N^f \times (0, T). \tag{26}$$

3 espaces MFEM

Le MFEM contient deux espaces pour une variable scalaire et son flux. Le MFEM a été développé pour approximer les deux variables simultanément et pour donner une approximation d'ordre supérieur pour le flux. Une condition de compatibilité doit tenir pour les deux espaces afin d'assurer la stabilité, la cohérence et la convergence de la méthode mixte et en considérant plus de contraintes à la discrétisation numérique.

Maintenant, définissons le produit intérieur Ωcomme,

$$(f,g)_{\Omega}=\int_{\Omega}f(\mathbf{x})g(\mathbf{x})\mathrm{d}\mathbf{V}\quad\forall f,g:\Omega\to\mathbb{R},$$

(27)

et le produit intérieur $\partial\Omega$comme,

$$\langle f,g\rangle_{\partial\Omega}=\int_{\partial\Omega}fg\mathrm{d}S\quad\forall f,g:\partial\Omega\to\mathbb{R}.$$

(28)

Donné,

$$\mathbb{L}^2(\Omega)=\{f:\Omega\to\mathbb{R}:\int_{\Omega}f^2\mathrm{d}x<+\infty\},$$

(29)

est le plus grand espace de Hilbert, de sorte que $(D^{-1}\mathbf{u},w)$et $(p,\nabla\cdot w)$sont bien définis, donc $p,\nabla\cdot w\in\mathbb{L}^2(\Omega)$. Il faut que $p,\phi\in\mathbb{L}^2(\Omega)$et $\mathbf{u},w\in\mathbb{H}(\mathrm{div},\Omega)$. L'espace de Hilbert avec la norme donnée par,

$$\mathbb{H}(\mathrm{div},\Omega)=\{\mathbf{u}:\nabla\cdot\mathbf{u}\in\mathbb{L}^2(\Omega)\},$$

(30)

$$\|\mathbf{u}\|^2_{\mathbf{H}(\mathrm{div},\Omega)}=\|\mathbf{u}\|^{\mathbf{2}}\ +\ \|\nabla\cdot\mathbf{u}\|^2.$$

(31)

La solution recherchée est,

$$(p,\mathbf{u})\in\mathbb{L}^2(\Omega)\times\mathbb{H}(\mathrm{div},\Omega),$$

(32)

tels que $p$et $\mathbf{u}$sont lisses. Pour la solution numérique approximative, les deux espaces deviennent,

$$W_h\subset\mathbb{L}^2(\Omega),\quad\dim(W_h)<+\infty$$

(33)

et,

$$V_h\subset\mathbb{H}\left(\mathrm{div},\Omega\right),\quad\dim\left(V_h\right)<+\infty.$$

(34)

Ainsi, la composante normale $\mathbf{u}\cdot\mathbf{n}$est continue à travers les frontières inter-éléments.

De plus, il est utile de présenter les $\mathbf{RT}_r$éléments qui sont conçus pour approximer $\mathbb{H}(\mathrm{div},\Omega)$[7], ce qui satisfait,

$$W_h=\left\{w\in\mathbb{L}^2\left(\Omega\right):w|_E\in\mathbb{P}_0(E),E\in\mathcal{E}_h\right\},$$

(35)

et,

$$V_h=\{\mathbf{u}\in\mathbb{H}\left(\mathrm{div},\Omega\right):\mathbf{u}|_E\in\mathbb{P}_1(E),E\in\mathcal{E}_h\},$$

(36)

où $w$est une constante discontinue par morceaux et $\mathbf{u}$est linéaire par morceaux.

4 Approximation par éléments finis mixtes

Soit $\Omega_m$et $\Omega_f$sont, respectivement, la matrice et la fracture dans un domaine de Lipschitz polygonal / polyédrique $\Omega\subset\mathbb{R}^d,\quad d\in\{1,2,3\}$ (sur lequel on définit l' $L^2(\Omega)$espace standard tel que $\mathbb{L}^2(\Omega)\equiv\left(L^2(\Omega)\right)^d$), avec les limites, $\partial\Omega_m=\Gamma^m_D\cup\Gamma^m_N$et $\partial\Omega_f=\Gamma^f_D\cup\Gamma^f_N$. On peut écrire le modèle à double porosité ci-dessus sous la forme générale suivante,

$$f_1\left(p_m\right)\frac{\partial p_m}{\partial t}+\nabla\cdot u_m=-S\left(p_m,p_f\right)\quad\text{in}\quad\Omega_m\times(0,T),$$

(37)

$$\mathbf{D}_m(p_m)^{-1}u_m=-\nabla p_m\quad\text{in}\quad\Omega_m\times(0,T),$$

(38)

$$f_2(p_f)\frac{\partial p_f}{\partial t}+\nabla\cdot u_f=S(p_m,p_f)-Q(p_f)\quad\text{in}\quad\Omega_f\times(0,T),$$

(39)

$$\mathbf{D}_f(p_f)^{-1}u_f=-\nabla p_f\quad\text{in}\quad\Omega_f\times(0,T),$$

(40)

où

$$\mathbf{D}_m(p_m)=\frac{\rho(p_m)}{\mu}k_{0,m}\left(1+\frac{b_m}{p_m}\right),$$

(41)

et

$$\mathbf{D}_f(p_f)=\frac{\rho(p_f)}{\mu}k_{0,f}\left(1+\frac{b_f}{p_f}\right).$$

(42)

Les fonctions $\mathbf{D}_m(p_m)^{-1}$ et $\mathbf{D}_f(p_f)^{-1}$ sont déplacées vers la gauche pour éviter la discontinuité lors de l'intégration ∇p_m et ∇p_f par pièces. En sélectionnant n'importe quel $\phi \in W_h$ et $\omega \in V_h$, la formulation faible aux éléments finis mixtes peut être écrite sous la forme suivante,

$$\left(f_1(p_m) \frac{\partial p_m}{\partial t}, \phi \right) + (\nabla \cdot \mathbf{u}_m, \phi) + (\mathcal{S}(p_m, p_f), \phi) = 0,$$

(43)

$$(\mathbf{D}_m(p_m)^{-1}\mathbf{u}_m, \omega) = (p_m, \nabla \cdot \omega),$$

(44)

$$\left(f_2(p_f) \frac{\partial p_f}{\partial t}, \phi \right) + (\nabla \cdot \mathbf{u}_f, \phi) - (\mathcal{S}(p_m, p_f), \phi) = -(Q(p_f), \phi),$$

(45)

$$(\mathbf{D}_f(p_f)^{-1}\mathbf{u}_f, \omega) = (p_f, \nabla \cdot \omega) - \langle p_w, \omega \rangle_{\Gamma_f^D} .$$

(46)

Maintenant, considérons la dualité du sous-espace approximatif $V_h \subset H(\Omega; \mathrm{div})$ et $W_h \subset L^2(\Omega)$ le r-ème ordre ($r \geq 0$) Raviart – Thomas espace (RT $_r$) sur la partition $\mathcal{T}_h$. Les formulations d'éléments finis mixtes sont énoncées ci-dessous: trouver $p_m^h, p_f^h \in W_h$ et $u_m^h, u_f^h \in V_h$ tels que,

$$\left(f_1(p_m^h) \frac{\partial p_m^h}{\partial t}, \phi \right) + (\nabla \cdot \mathbf{u}_m^h, \phi) + (\mathcal{S}(p_m^h, p_f^h), \phi) = 0,$$

(47)

$$(\mathbf{D}_m(p_m^h)^{-1}\mathbf{u}_m^h, \omega) = (p_m^h, \nabla \cdot \omega),$$

(48)

$$\left(f_2(p_f^h) \frac{\partial p_f^h}{\partial t}, \phi \right) + (\nabla \cdot \mathbf{u}_f^h, \phi) - (\mathcal{S}(p_m^h, p_f^h), \phi) = -(Q(p_f^h), \phi),$$

(49)

$$(\mathbf{D}_f(p_f^h)^{-1}\mathbf{u}_f^h, \omega) = (p_f^h, \nabla \cdot \omega) - \langle p_w, \omega \rangle_{\Gamma_f^D} ,$$

(50)

pour tout $\phi \in W_h$ et $\omega \in V_h$.

Afin d'obtenir une formulation explicite du flux, nous utilisons une règle de quadrature avec la méthode MFE de [8]. L'intervalle de temps total $[0, T]$ est divisé en N_T pas de temps avec une longueur $\Delta t^n = t^{n+1} - t^n$. L'exposant $n+1$ indique le pas de temps actuel, tandis n que le précédent. Nous utilisons une discrétisation semi-implicite d'Euler vers l'arrière pour les termes dérivés du temps. Le schéma suivant a été développé,

$$\left(f_1(p_m^{h,n}) \frac{p_m^{h,n+1} - p_m^{h,n}}{\Delta t}, \phi \right) + (\nabla \cdot \mathbf{u}_m^{h,n+1}, \phi) + (\mathcal{S}(p_m^{h,n+1}, p_f^{h,n}), \phi) = 0,$$

(51)

$$(\mathbf{D}_m(p_m^{h,n})^{-1}\mathbf{u}_m^{h,n+1}, \omega) = (p_m^{h,n+1}, \nabla \cdot \omega),$$

(52)

$$\left(f_2(p_f^{h,n}) \frac{p_f^{h,n+1} - p_f^{h,n}}{\Delta t}, \phi \right) + (\nabla \cdot \mathbf{u}_f^{h,n+1}, \phi) - (\mathcal{S}(p_m^{h,n+1}, p_f^{h,n+1}), \phi) = -(Q(p_f^{h,n+1}), \phi),$$

(53)

$$(\mathbf{D}_f(p_f^{h,n})^{-1}\mathbf{u}_f^{h,n+1}, \omega) = (p_f^{h,n+1}, \nabla \cdot \omega) - \langle p_w, \omega \rangle_{\Gamma_f^D} .$$

(54)

Étant donné $p_m^{h,n}$ et $p_f^{h,n}$, la procédure numérique pour calculer la pression et la vitesse est présentée ici,

1. Mettez à jour les variables thermodynamiques explicitement.
2. Résolvez les équations (51) et (52) pour obtenir $p_m^{h,n+1}$ et $\mathbf{u}_m^{h,n+1}$.
3. Résolvez les équations (53) et (54) pour obtenir $p_f^{h,n+1}$ et $\mathbf{u}_f^{h,n+1}$.

5 Analyse de stabilité

Dans cette section, nous effectuons l'analyse de stabilité de la méthode MFE proposée, qui garantit que les solutions discrètes sont limitées dans une plage physiquement raisonnable. Le problème clé rencontré dans l'analyse de stabilité est la non-linéarité de la matrice et les pressions de fracture. Afin de résoudre ce problème, nous devons définir certaines fonctions auxiliaires et analyser leur délimitation. Définissons maintenant les fonctions suivantes,

$$F_1(p_d^h) = \int_0^{p_d^h} f_1(p_d^h) \mathrm{d}p_d^h, \;\; G_1(p_d^h) = \int_0^{p_d^h} F_1(p_d^h) \mathrm{d}p_d^h,$$

(55)

$$F_2(p_d^h) = \int_0^{p_d^h} f_2(p_d^h)\mathrm{d}p_d^h, \;\; G_2(p_d^h) = \int_0^{p_d^h} F_2(p_d^h)\mathrm{d}p_d^h.$$

(56)

Par conséquent, on peut

$$F_1(p_m^h) = \left(\phi_{r,m} + C_{1,m}\right) \frac{M_w}{\mathrm{ZRT}} p_m^h e^{-ap_m^h} + \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{\mathrm{std}}} \left[C_{1,m} \left(ae^{aP_L} \left(1 + P_L\right) Ei(-x)|_{aP_L}^{a(P_L+p_m^h)} + \frac{P_L e^{-ap_m^h}}{P_L+p_m^h} - 1 \right) + (1 - \phi_{r,m}) \frac{p_m^h}{P_L+p_m^h} \right],$$

(57)

$$G_1(p_m^h) = \left(\phi_{r,m} + C_{1,m}\right) \frac{M_w}{a^2\mathrm{ZRT}} \left[1 - (ap_m^h + 1)e^{-ap_m^h}\right] + \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{\mathrm{std}}} \left[C_{1,m} \left(ae^{aP_L} \left(1 + P_L\right) \left((P_L + p_m^h) Ei(-x)|_{aP_L}^{a(P_L+p_m^h)} - \frac{1}{a}(1 - e^{-ap_m^h}) \right) P_L e^{aP_L} + Ei(-x)|_{aP_L}^{a(P_L+p_m^h)} \right) + (1 - \phi_{r,m} - C_{1,m}) p_m^h + (1 - \phi_{r,m}) P_L \ln\left(\frac{P_L}{P_L+p_m^h}\right) \right],$$

(58)

$$F_2(p_f^h) = \left(\phi_{r,f} + C_{1,f}\right) \frac{M_w}{\mathrm{ZRT}} p_f^h e^{-ap_f^h},$$

(59)

et

$$G_2(p_f^h) = \left(\phi_{r,f} + C_{1,f}\right) \frac{M_w}{a^2\mathrm{ZRT}} \left[1 - (ap_f^h + 1)e^{-ap_f^h}\right].$$

(60)

$Ei(x)$est une fonction spéciale appelée fonction intégrale d'exposant. Comme indiqué ci-dessus dans la formulation du modèle, le coefficient $C_{1,d}, \quad d = m, f$est positif dans le cas d'une porosité croissante et négatif dans le cas d'une porosité décroissante.

Lemme 5.1

Dans le cas d'une porosité croissante de la matrice , et suffisamment grande , il existe une constante positive,$C_{1,m} > 0$ p_m^h

$$\gamma_1 = \left(\phi_{r,m} + C_{1,m}\right) C_4^l \frac{M_w}{\mathrm{ZRT}} + \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{\mathrm{std}}} (1 - \phi_{r,m}) C_3^l,$$

(61)

tel que,

$$(F_1(p_m^h), p_m^h) \geq \gamma_1 \| p_m^h \|^2.$$

(62)

Preuve . Notez que la valeur de la fonction intégrale de l'exposant $Ei(-x)$est négative et (petite pour les grandes valeurs de x), donc la quantité $Ei(-x)|_{aP_L}^{a(P_L+p_m^h)}$ a toujours une valeur positive qui a des bornes inférieure et supérieure, à savoir,

$$C_{2,m}^u \geq Ei\left(-x\right)|_{aP_L}^{a\left(P_L+p_m^h\right)} \geq C_{2,m}^l,$$

(63)

où $C_{2,m}^l, C_{2,m}^u > 0$. Par contre, dans le réservoir de schiste, il est bien connu que la pression initiale a la valeur maximale, *c'est* -à- *dire* $\max(p_m^h) = P_0$, tandis que la pression du puits a la valeur minimale, *c'est* -à- *dire*$\min(p_m^h) = P_w$. Par conséquent, nous avons,

$$C_3^u = \frac{1}{P_L + p_w} \geq \frac{1}{P_L + p_m^h} \geq \frac{1}{P_L + p_0} = C_3^l,$$

(64)

$$C_4^u = e^{-ap_w} \geq e^{-ap_m^h} \geq e^{-ap_0} = C_4^l,$$

(65)

et,

$$C_5^u = \frac{e^{-ap_w}}{P_L + p_w} \geq \frac{e^{-ap_m^h}}{P_L + p_m^h} \geq \frac{e^{-ap_0}}{P_L + p_0} = C_5^l,$$

(66)

où $C_3^l, C_3^u, C_4^l, C_4^u, C_5^l, C_5^u \geq 0$. Par conséquent, dans le cas où la porosité de la matrice augmente,, $C_{1,m} > 0$et suffisamment grande p_m^h , et tenant (63) - (66) , le coefficient suivant est positif, *c'est* -à- *dire* ,

$$ae^{aP_L}\left(1 + P_L\right) Ei\left(-x\right)|_{aP_L}^{a\left(P_L+p_m^h\right)} + \frac{P_L e^{-ap_m^h}}{P_L + p_m^h} - 1 >,$$

(67)

$$ae^{aP_L}\left(1 + P_L\right) C_{2,m}^l + P_L C_5^l - 1 = C_{3,m} > 0.$$

(68)

Donc,

$$\begin{aligned} (F_1(p_m^h), p_m^h) \quad & \geq (\phi_{r,m} + C_{1,m}) C_4^l \frac{M_w}{\mathrm{ZRT}} (p_m^h, p_m^h) + \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{\mathrm{std}}} \left[C_{1,m} C_{3,m} + (1 - \phi_{r,m}) C_3^l (p_m^h, p_m^h)\right] \\ & \geq \left(\phi_{r,m} + C_{1,m}\right) C_4^l \frac{M_w}{\mathrm{ZRT}} (p_m^h, p_m^h) + \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{\mathrm{std}}} (1 - \phi_{r,m}) C_3^l (p_m^h, p_m^h) \\ & = \left[\left(\phi_{r,m} + C_{1,m}\right) C_4^l \frac{M_w}{\mathrm{ZRT}} + \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{std}} (1 - \phi_{r,m}) C_3^l\right] \| p_m^h \|^2 = \gamma_1 \| p_m^h \|^2, \end{aligned}$$

(69)

et ceci complète la preuve du Lemme 5.1 .

Lemme 5.2

Pour le cas d'une diminution de la porosité de la matrice , en supposant, $C_{1,m} < 0$

$$a e^{a P_L} \left(1 + P_L\right) Ei\left(-x\right)\Big|_{a P_L}^{a\left(P_L + p_m^h\right)} + \frac{P_L e^{-a p_m^h}}{P_L + p_m^h} - 1 < 0,$$

(70)

il existe une constante positive , telle que, γ_1

$$\left(F_1\left(p_m^h\right), p_m^h\right) \geq \gamma_1 \|p_m^h\|^2.$$

(71)

Preuve . Il est clair que, $C_{1,m} < \phi_{r,m}$ donc, nous l'avons toujours fait $\phi_{r,m} - C_{1,m} > 0$. En retenant l'hypothèse (70) , on peut facilement prouver ce lemme de manière similaire au lemme 5.1 .

Lemme 5.3

Pour le cas d'augmentation de la porosité de la matrice , et pour suffisamment grande , il existe deux constantes positives, $C_{1,m} > 0$ p_m^h

$$\gamma_2 = \frac{M_w}{a^2 \mathrm{ZRT}} \left(\phi_{r,m} + C_{1,m}\right) \left(1 - C_{4,m}^u\right) + \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{\mathrm{std}}} \left[C_{1,m} \left(a e^{a P_L} \left(1 + P_L\right) P_L C_{2,m}^u + P_L e^{a P_L} C_{2,m}^u\right) + \left(1 - \phi_{r,m}\right) P_L \ln\left(P_L C_3^u\right)\right],$$

(72)

et

$$\gamma'_2 = \frac{M_w V_L \rho_s}{V_{\mathrm{std}}} \left[C_{1,m} a e^{a P_L} (1 + P_L) C_{2,m}^u + (1 - \phi_{r,m} - C_{1,m})\right],$$

(73)

tel que,

$$\left(G_1\left(p_m^h\right), 1\right) \leq \gamma_2 |\Omega| + \gamma'_2 \|p_m^h\|.$$

(74)

Preuve . En tenant (63) - (66) avec $C_{4,m}^u = \dfrac{a p_m^h + 1}{e^{a p_m^h}} < 1$ pour suffisamment grand p_m^h, et intégrer (58) plus Ω_m pour le cas de porosité croissante,, $C_{1,m} > 0$ il est facile de prouver (74) , ce qui complète la démonstration du lemme.

Lemme 5.4

Pour le cas de diminution de la porosité de la matrice , en supposant que, $C_{1,m} < 0$

$$C_{1,m} \left(a e^{a P_L} (1 + P_L) P_L C_{2,m}^u + P_L e^{a P_L} C_{2,m}^u\right) + (1 - \phi_{r,m}) P_L \ln(P_L C_3^u) \geq 0,$$

(75)

et

$$C_{1,m} a e^{a P_L} (1 + P_L) C_{2,m}^u + (1 - \phi_{r,m} - C_{1,m}) \geq 0,$$

(76)

on peut prouver,

$$(G_1(p_m^h), 1) \leq \gamma_2 |\Omega| + \gamma'_2 \|p_m^h\|.$$

(77)

Preuve . Il est clair que, $C_{1,m} < \phi_{r,m}$ donc, nous l'avons toujours fait $\phi_{r,m} - C_{1,m} > 0$. Tenir les hypothèses (75) et (76) , nous trouvons donc, $\gamma_2 > 0,\quad \gamma'_2 > 0$ et intégrer (58) sur Ω_m le cas de porosité décroissante, ce $C_{1,m} < 0$ qui prouve (74) , et cela vient compléter la preuve.

Lemme 5.5

Pour les deux cas de porosité de fracture croissante ou décroissante, à savoir, ou , et suffisamment grande , il existe une constante positive, $C_{1,f} > 0$ $C_{1,f} < 0$ p_f^h

$$\gamma_3 = \left(\phi_{r,f} + C_{1,f}\right) \frac{M_w}{\mathrm{ZRT}} C_4^l,$$

(78)

tel que,

$$(F_2(p_f^h), p_f^h) \geq \gamma_3 \|p_f^h\|^2.$$

(79)

Preuve . Encore une fois, nous avons,

$$C_4^u = e^{-a p_w} \geq e^{-a p_f^h} \geq e^{-a p_0} = C_4^l.$$

(80)

où $C_4^l, C_4^u > 0$. Par conséquent, pour le cas d'une porosité de fracture croissante $C_{1,f} > 0$, et suffisamment grande p_f^h, Par conséquent,

$$(F_2(p_f^h), p_f^h) \geq \left(\phi_{r,f} + C_{1,f}\right) \frac{M_w}{\mathrm{ZRT}} C_4^l (p_f^h, p_f^h) = \gamma_3 \|p_f^h\|^2.$$

(81)

Comme indiqué ci-dessus, pour le cas de la porosité décroissante,, $C_{1,f} < 0$le coefficient $(\phi_{r,f} + C_{1,f})$reste positif, alors l'inégalité ci-dessus est vraie. Ceci complète la preuve du lemme.

Lemme 5.6

Pour les deux cas de porosité de fracture croissante ou décroissante, à savoir, ou , et suffisamment grande , il existe une constante positive, $C_{1,f} > 0 \, C_{1,f} < 0 \, p_f^h$

$$\gamma_4 = \frac{M_w}{a^2 \mathrm{ZRT}}(\phi_{r,m} + C_{1,m})(1 - C_{4,m}^u),$$

(82)

tel que,

$$(G_2(p_f^h), 1) \leq \gamma_4 |\Omega|.$$

(83)

Preuve . Similaire aux preuves précédentes.

Lemme 5.7

En admettant que,

$$0 < \rho_{g*} \leq \rho_g \leq \rho_g^*, \quad 0 < k_{f*} \leq k_f \leq k_f^*, \quad 0 < \mu_{g*} \leq \mu_g \leq \mu_g^*,$$

(84)

puis, est borné.$Q(p_f^h)$

Preuve . Depuis p_{fe}est délimitée par $p_w$et p_0, par *exemple* , $p_w \leq p_{\mathrm{fe}} \leq p_0$donc $0 < p_{\mathrm{fe}} - p_w \leq p_0 - p_w = C_p$, de sorte que $C_p$est nombre positif. En tenant les conditions (84) , on peut constater que,

$$0 < \frac{k_f(p_f^h)\rho_g(p_f^h)[p_{\mathrm{fe}} - p_w]}{\mu_g} \leq \frac{k_f^* \rho_g^* C_p}{\mu_g^*} = C_Q > 0.$$

(85)

Théorème 8

Tenir les résultats dans les lemmes ci-dessus (5.1 - 5.6), à savoir,

$$\left(F_1\left(p_m^h\right), p_m^h\right) \geq \gamma_1 \|p_m^h\|^2, \quad \left(G_1\left(p_m^h\right), 1\right) \leq \gamma_2 |\Omega| + \gamma\prime_2 \|p_m^h\|,$$

(86)

et

$$\left(F_2\left(p_f^h\right), p_f^h\right) \geq \gamma_3 \|p_f^h\|^2, \quad \left(G_2\left(p_f^h\right), 1\right) \leq \gamma_4 \|1\|,$$

(87)

en supposant que,

$$\gamma_1 \|p_m^h\|^2 \geq \gamma_2 |\Omega| + \gamma\prime_2 \|p_m^h\|,$$

(88)

et

$$\gamma_3 \|p_f^h\|^2 \geq \gamma_4 |\Omega|.$$

(89)

De plus, supposons que . Puis,$p_{\mathrm{fe}}, p_w \in L^2(0, T; L^2(\Omega))$

$$\begin{aligned}
&\|p_m^h\|^2_{L^\infty(0,T;L^2(\Omega))} + \|\mathbf{D}_m(p_m^h)^{-1/2} u_m^h\|^2_{L^2(0,T;L^2(\Omega))} + \|p_f^h\|^2_{L^\infty(0,T;L^2(\Omega))} + \\
&\|\mathbf{D}_f(p_f^h)^{-1/2} u_f^h\|^2_{L^2(0,T;L^2(\Omega))} + \|p_m^h - p_f^h\|^2_{L^2(0,T;L^2(\Omega))} \leq C(F_1(p_0), p_0) + C(F_2(p_0), p_0) \\
&+ C(G_1(p_0), 1) + C(G_2(p_0), 1) + C(\|p_{\mathrm{fe}}\|^2_{L^2(0,T;L^2(\Omega))} + \|p_w\|^2_{L^2(0,T;L^2(\Omega))}).
\end{aligned}$$

(90)

Preuve . Que $\phi = p_m^h$dans (47) et $\omega = \mathbf{u}_m^h$en (48) , et la somme des deux équations, nous obtenons,

$$\left(f_1(p_m^h)\frac{\partial p_m^h}{\partial t}, p_m^h\right) + \|D_m(p_m^h)^{-1/2}\mathbf{u}_m^h\|^2 + (\mathcal{S}(p_m^h, p_f^h), p_m^h) = 0.$$

(91)

Il découle des définitions de F_1et G_1que,

$$\left(f_1(p_m^h)\frac{\partial p_m^h}{\partial t}, p_m^h\right) = \frac{\partial}{\partial t}(F_1(p_m^h), p_m^h) - \left(F_1(p_m^h), \frac{\partial p_m^h}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}(F_1(p_m^h), p_m^h) - \left(\frac{\partial G_1(p_m^h)}{\partial t}, 1\right).$$

(92)

L'intégration de (92) de 0 à t($0 < t \leq T$) donne,

$$\gamma_1 \|p_m^h\|^2(t) - \gamma_2 |\Omega|(t) - \gamma\prime_2 \|p_m^h\|(t) + \int_0^t \|\mathbf{D}_m(p_m^h)^{-1/2}\mathbf{u}_m^h\|^2 + \int_0^t (\mathcal{S}(p_m^h, p_f^h), p_m^h) \leq (F_1(p_0), p_0) - (G_1(p_0), 1).$$

(93)

Il est similaire d'obtenir,

$$\gamma_3 \| p_f^h \|^2(t) - \gamma_4 |\Omega|(t) + \int_0^t \| \mathbf{D}_f (p_f^h)^{-1/2} \mathbf{u}_f^h \|^2 + \int_0^t \langle p_w, \mathbf{u}_w \rangle_{\Gamma_f^D} - \int_0^t (\mathcal{S}(p_m^h, p_f^h), p_f^h) \leq (F_2(p_0), p_0) - (G_2(p_0), 1) - \int_0^t (Q(p_f^h), p_f^h). \tag{94}$$

Il existe une constante positive $\alpha_0$telle que,

$$\left(\mathcal{S}\left(p_m^h, p_f^h\right), p_m^h\right) - \left(\mathcal{S}\left(p_m^h, p_f^h\right), p_f^h\right) \geq \alpha_0 \| p_m^h - p_f^h \|^2. \tag{95}$$

Ainsi, on obtient de, (93) - (95) que,

$$\gamma_1 \| p_m^h \|^2(t) - \gamma_2 |\Omega|(t) - \gamma'_2 \| p_m^h \|(t) + \int_0^t \| \mathbf{D}_m (p_m^h)^{-1/2} u_m^h \|^2 + \gamma_3 \| p_f^h \|^2(t) - \gamma_4 |\Omega|(t) + \int_0^t \| \mathbf{D}_f (p_f^h)^{-1/2} u_f^h \|^2 + \alpha_0 \int_0^t \| p_m^h - p_f^h \|^2 \leq (F_1(p_0), p_0) + (F_2(p_0), p_0) - (G_1(p_0), 1) - (G_2(p_0), 1) + C \int_0^t (\| p_{\mathrm{fe}} \|^2 + \| p_w \|^2 + \| p_f^h \|^2). \tag{96}$$

Enfin, (90) est obtenu par le lemme de 1Gronwall.

Remarque 5.1. Dans le lemme 5.6 , si nous n'utilisons pas le coefficient,, $C_{4,m}^u = \frac{a p_m^h + 1}{e^{a p_m^h}} < 1$ et utilisons simplement le coefficient,, $C_m^u = e^{-a p_w}$alors le coefficient du terme, $a p_m^h$in $C_{4,m}^u$sera déplacé de $\gamma_2$dans γ'_2. Ainsi, les définitions des deux $\gamma_2$et γ'_2seront légèrement modifiées sans perdre le concept de stabilité.

6. Conclusion

Dans ce travail, l'analyse de stabilité de la solution MFE du transport de gaz dans un réservoir fracturé à faible perméabilité avec effet de sensibilité aux contraintes a été considérée. Le modèle à double perméabilité à double porosité avec effet de glissement et perméabilité apparente a été utilisé pour décrire l'écoulement dans un milieu poreux fracturé à faible perméabilité. L'analyse de stabilité du MFEM est présentée théoriquement et numériquement. Nous avons prouvé sept lemmes et un théorème sur la stabilité du MFEM. Les conditions de stabilité sont énoncées et estimées. La variation de la porosité est corrélée à l'effet de sensibilité aux contraintes et dépend des valeurs des paramètres physiques correspondants. Par exemple, le coefficient$C_{1,d}$est relativement faible en fonction de la variation de la porosité. Il a une valeur positive en cas d'augmentation de la porosité alors qu'il a une valeur négative en cas de diminution de la porosité. Les lemmes 5.1 et 5.3 discutent du cas positif, tandis que les lemmes 5.2 et 5.4 discutent du cas positif. Les lemmes 5.5 et 5.6 discutent des deux cas.

Les références

1. Zienkiewicz OC, Taylor RL (2000) La méthode des éléments finis (5e éd.), Vol. 1 - La base, Butterworth-Heinemann, Oxford.
2. Bathe KJ (1996) Procédures par éléments finis, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
3. Zienkiewicz OC, Taylor RL (2000) La méthode des éléments finis (5e éd.), Vol. 3 - dynamique des fluides, Butterworth-Heinemann, Oxford.
4. Brezzi F., Fortin V. (1991) Méthodes des éléments finis mixtes et hybrides, Springer-Verlag, New York.
5. Chen Z. (2010) Méthodes des éléments finis et leurs applications, Ch. 3. Springer-Verlag Berlin et Heidelberg GmbH & Co. KG.
6. Brezzi F., Douglas J., Marini LD (1985) Deux familles d'éléments finis mixtes pour problèmes elliptiques du second ordre, Numer. Math. 47, 217-235.
7. Raviart PA, Thomas JM (1977) Une méthode par éléments finis mixtes pour les problèmes elliptiques du 2ème ordre. Aspects mathématiques des méthodes des éléments finis, dans: Proc. Conf., Consiglio Naz. delle Ricerche (CNR), Rome, 1975, Lect. Notes Math., Vol. 606, Springer, Berlin, pp. 292–315.
8. Arbogast T., Wheeler MF, Yotov I. (1997) Éléments finis mixtes pour problèmes elliptiques avec des coefficients de tenseur comme différences finies centrées sur les cellules, SIAM J. Num. Anal. 34, 2, 828–852.
9. Warren JE, Root PJ (1963) Le comportement des réservoirs naturellement fracturés, Soc. Essence. Eng. J. 3, 245–255.
10. Ozkan E., Raghavan R., Apaydin O. (2010) Modélisation du transfert de fluide de la matrice de schiste au réseau de fractures, dans: Conférence technique annuelle et exposition, Lima, Pérou, 1er-3 décembre. SPE-134830-MS.
11. Ertekin T., King GR, Schwerer FC (1986) Glissement dynamique du gaz: une approche unique à double mécanisme du flux de gaz dans des formations étanches, forme SPE. Évaluer. 1,1, 43–52.
12. Bustin A., Bustin R., Cui X. (2008) Importance of fabric on the gas shales, in: Unconventional Reservoirs Conference in Colorado, USA, 10-12 février. SPE-114167-MS.
13. Moridis G., Blasingame T., Freeman C. (2010) Analyse des mécanismes d'écoulement dans les réservoirs fracturés de gaz étanche et de gaz de schiste, dans: Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, 1–3 décembre. SPE-139250-MS.
14. Shu WY, Fakcharoenphol P. (2011) Un modèle mathématique unifié pour la simulation de réservoir non conventionnel, dans: Conférence annuelle et exposition EUROPEC / EAGE à Vienne, Autriche, 23-26 mai. SPE-142884-MS.
15. Kazemi H. (1969) Analyse des transitoires de pression de réservoirs naturellement fracturés avec une distribution uniforme des fractures, Soc. Animal de compagnie. Eng. 9, 4, 451–462.
16. Guo C, Wei M, Chen H, He X, Bai B (2014) Amélioration de la simulation numérique des réservoirs de gaz de schiste, dans: Offshore Technology Conference-Asia, 25-28 mars 2014, Kuala Lumpur, Malaisie.
17. Javadpour F. (2009) Nanopores et perméabilité apparente de l'écoulement de gaz dans les mudrocks (schistes et siltstone), J. Can. Animal de compagnie. Technol. 48, 8, 16–21.
18. Wang K., Liu H., Luo J., Wu K., Chen Z. (2017) Un modèle complet couplant des fractures discrètes intégrées, des continuums d'interaction multiples et la géomécanique dans des réservoirs de gaz de schiste avec fractures multi-échelles, Energy Fuel 31, 7758 – 7776. doi: 10.1021 / acs.energyfuels.7b00394 .
19. Lin M., Chen S., Mbia S., Chen Z. (2018) Application de la simulation d'écoulement de réservoir intégrée à la géomécanique dans un jeu serré non conventionnel, Rock Mech. Rock Eng. 51, 315–328. doi: 10.1007 / s00603-017-1304-1 .
20. Yang S., Wu K., Xu J., Chen Z. (2018) Rôles de l'adsorption à plusieurs composants et de la géomécanique dans le développement d'un réservoir de condensat de schiste Eagle Ford, Fuel 242, 710–718. doi: 10.1016 / j.fuel.2019.01.016 .
21. Girault V., Wheeler MF, Almani T., Dana S. (2019) Estimations d'erreur a *priori* pour un système poro-élastique – élastique discrétisé résolu par un algorithme à contraintes fixes, Oil Gas Sci. Technol. - Rév. IFP Energies nouvelles 74, 24. doi: 10.2516 / ogst / 2018071 .
22. El-Amin MF, Kou J., Sun S. (2018) Simulation par éléments finis mixtes avec analyse de stabilité pour le transport de gaz dans des réservoirs à faible perméabilité, Energies 111, 208–226.

23. El-Amin MF, Kou J., Sun S. (2018) Modélisation numérique et simulation du transport du gaz de schiste avec effet géomécanique, Trans. Porous Med. 126, 779–806. doi: 10.1007 / s11242-018-1206-z .
24. Cui X., Bustin AMM, Bustin RM (2009) Mesures de perméabilité aux gaz et diffusivité des roches réservoirs étanches: Différentes approches et leurs applications, Geofluids 9, 3, 208–223.
25. Civan F., Rai CS, Sondergeld CH (2011) Perméabilité et diffusivité des gaz de schiste inférées par une meilleure formulation des mécanismes de rétention et de transport pertinents, Trans. Porous Med. 86, 3, 925–944.
26. Firoozabadi A. (2015) Thermodynamique et applications dans les réservoirs d'hydrocarbures et la production. McGraw-Hill Education - Europe, États-Unis.
27. Terzaghi K. (1936) La résistance au cisaillement des sols saturés et l'angle entre les plans de cisaillement, dans: Proceedings of International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard University Press, Cambridge, MA, Vol. 1, pp. 54-56.