

Modélisation et simulation avancées de l'écoulement dans les réservoirs souterrains avec fractures et puits pour une industrie durable

Accès libre

<b>Problème</b>	Oil Gas Sci. Technol. - Rév. IFP Energies nouvelles <b>Volume 75, 2020</b> Modélisation et simulation avancées de l'écoulement dans les réservoirs souterrains avec fractures et puits pour une industrie durable
<b>Numéro de l'article</b>	47
<b>Nombre de pages)</b>	14
<b>EST CE QUE JE</b>	<a href="https://doi.org/10.2516/ogst/2020043">https://doi.org/10.2516/ogst/2020043</a>
<b>Publié en ligne</b>	14 juillet 2020

- [Haut](#)
- [Abstrait](#)
- [1. Introduction](#)
- [2 Modèle mathématique](#)
- [3 Vérification du modèle](#)
- [4. Résultats et discussion](#)
- [5. Conclusion](#)
- [Remerciements](#)
- [Annexe A](#)
- [Les références](#)
- [Liste des tableaux](#)
- [Liste des figures](#)

 Science et technologie du pétrole et du gaz - Rév. IFP Energies nouvelles **75**, 47 (2020)

Article régulier

## Analyse fractale du facteur de forme pour la fonction de transfert matrice-fracture dans les réservoirs fracturés

 Lan Mei <sup>1</sup>, Heng Zhang <sup>1\*</sup>, Lei Wang <sup>1</sup>, Qi Zhang <sup>1</sup> et Jianchao Cai <sup>1, 2\*</sup>
<sup>1</sup> Laboratoire clé de la tectonique et des ressources pétrolières, ministère de l'Éducation, Université chinoise des géosciences, Wuhan 430074, République populaire de Chine

<sup>2</sup> Institut de géophysique et de géomatique de Chine, Université chinoise des géosciences, Wuhan 430074, RP Chine

 \* Auteurs correspondants: [cughzhang@163.com](mailto:cughzhang@163.com), [caijc@cug.edu.cn](mailto:caijc@cug.edu.cn)

Reçu le 17 février 2020

Accepté le 27 mai 2020

### Abstrait

En tant que fonction centrale du modèle à double porosité dans la simulation d'écoulement de fluides de réservoirs fracturés, la fonction de transfert matrice-fracture est affectée par plusieurs paramètres clés, tels que le facteur de forme. Cependant, la modélisation du facteur de forme basée sur la théorie de la géométrie euclidienne est difficile à caractériser la complexité des structures de pores. Les structures microscopiques de pores pourraient être bien caractérisées par la théorie de la géométrie fractale. Dans cette étude, la méthode des variables de séparation et la fonction de Bessel sont appliquées pour résoudre l'équation de diffusion de pression fractale monophasée, puis la solution analytique obtenue est utilisée pour déduire des facteurs de forme fractale unidimensionnelle, bidimensionnelle et tridimensionnelle. Le facteur de forme fractale proposé peut être utilisé pour expliquer l'influence de la microstructure de la matrice sur le taux d'échange de fluide entre matrice et fracture, et est vérifié par simulation numérique. Les résultats de l'analyse de sensibilité indiquent que le facteur de forme diminue avec la dimension fractale de la tortuosité et la longueur caractéristique de la matrice, augmente avec le diamètre maximal des pores de la matrice. De plus, le facteur de forme fractale proposé est efficace dans la condition que la dimension fractale de tortuosité de la matrice est approximativement comprise entre 1 et 1,25. Cette étude montre que les structures microscopiques de pores ont un effet important sur le transfert de fluide entre la matrice et la fracture, ce qui améliore encore l'étude des caractéristiques d'écoulement dans les systèmes fracturés. le facteur de forme fractale proposé est efficace dans la condition que la dimension fractale de tortuosité de la matrice est approximativement comprise entre 1 et 1,25. Cette étude montre que les structures microscopiques de pores ont un effet important sur le transfert de fluide entre la matrice et la fracture, ce qui améliore encore l'étude des caractéristiques d'écoulement dans les systèmes fracturés.

### Page d'accueil

### Table des matières

◀ Article précédent Article suivant ▶

### ARTICLE

- Abstrait
- **HTML complet**
- PDF (822,3 Ko)
- ePUB (2,897 Mo)
- Les références

### MÉTRIQUE

Afficher les statistiques de l'article

### PRESTATIONS DE SERVICE

#### Mêmes auteurs

- Google Scholar
- Base de données EDP Sciences

Recommander cet article

Envoyer sur mon Kindle

Télécharger la citation

Alertez-moi si cet article est corrigé

Alertez-moi si cet article est cité

### ARTICLES LIÉS

**Un modèle de perméabilité relative pour le réservoir CBM**  
Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP Energies nouvelles 75, 2 (2020)

**Simulation tridimensionnelle du processus d'acidification dans les roches carbonatées à l'aide du cadre Darcy - Forchheimer**  
Science et technologie du pétrole et du gaz - Rev. IFP Energies nouvelles 75, 48 (2020)

**Analyse de stabilité théorique du modèle d'éléments finis mixtes d'écoulement de gaz de schiste avec effet géomécanique**  
Science et technologie du pétrole et du gaz - Rev. IFP Energies nouvelles 75, 33 (2020)

Plus

### BOOKMARKING



Services aux lecteurs

Alerte email



Il s'agit d'un article en libre accès distribué sous les termes de la licence d'attribution Creative Commons ( <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0> ), qui permet une utilisation, une distribution et une reproduction sans restriction sur tout support, à condition que l'œuvre originale soit correctement citée.

## Nomenclature

$q$  : Taux de transfert de fluide entre la matrice et la fracture, [M / (TL<sup>3</sup>)]

$\sigma$  : facteur de forme, [1 / L<sup>2</sup>]

$\rho$  : densité du fluide, [M / L<sup>3</sup>]

$\mu$  : viscosité du fluide, [M / (LT)]

$N$  : nombre d'ensembles de fractures (1, 2 ou 3)

$L$  : longueur caractéristique de la matrice, [L]

$P$  : pression matricielle, [M / (LT<sup>2</sup>)]

$P_0$  : Pression initiale de la matrice, [M / (LT<sup>2</sup>)]

$\bar{P}$  : Pression moyenne de la matrice, [M / (LT<sup>2</sup>)]

$P_f$  : Pression de rupture, [M / (LT<sup>2</sup>)]

$K_m$  : perméabilité de la matrice, [L<sup>2</sup>]

$\phi_m$  : porosité de la matrice

$K_a$  : constante de perméabilité, [L<sup>2</sup>]

$\phi_a$  : constante de porosité

$D_f$  : dimension fractale de la matrice

$D_T$  : dimension fractale de tortuosité de la matrice

$\lambda_{\max}$  : diamètre maximal des pores de la matrice, [L]

$A_0$  : zone unitaire, [L<sup>2</sup>]

$c$  : compressibilité totale du réservoir, [(LT<sup>2</sup>) / M]

$t$  : temps de transfert, [T]

$R$  : rayon équivalent, [L]

## 1. Introduction

Les réservoirs naturellement fracturés représentent une grande partie des ressources mondiales et jouent un rôle important dans la structure énergétique mondiale. Les ressources non conventionnelles ont considérablement transformé le paysage de l'industrie pétrolière et gazière au cours de ces années. La fracturation hydraulique est une technologie primaire pour l'exploitation économique et efficace des réservoirs non conventionnels (Li *et coll.*, 2015 ; Wang *et coll.*, 2017 ; Behnoudfar *et coll.*, 2019 ; Vishkai *et Gates*, 2019 ), qui vise à créer un réseau de fractures à grande échelle pour augmenter la production. Par conséquent, le mécanisme d'écoulement des fluides dans les systèmes fracturés a suscité le vif intérêt des ingénieurs pétroliers, des ingénieurs géothermiques et des géologues, etc.

Le modèle à double porosité est l'une des méthodes de simulation courantes pour étudier les propriétés d'écoulement dans les réservoirs fracturés. Le concept de milieux à double porosité dans les réservoirs fracturés a d'abord été proposé par Barenblatt *et coll.* (1960) , puis appliqué par Warren *et Root* (1963) dans le domaine du génie pétrolier. Comme le montre la figure 1 , les réservoirs fracturés sont généralement supposés être constitués d'une région de fracture continue qui sert de canaux d'écoulement primaires (perméabilité élevée et faible porosité), et d'une région de matrice discontinue qui agit comme la zone de stockage primaire d'hydrocarbures (faible perméabilité et haute porosité). Ils ont émis l'hypothèse qu'un transfert de fluide monophasé légèrement compressible entre la matrice et la fracture se produisait dans des conditions pseudo-stationnaires. La fonction de transfert a été formulée à l'origine comme ( Warren *et Root*, 1963 ):

$$q = \sigma \frac{\rho K_m}{\mu} (\bar{P} - P_f), \quad (1)$$

où  $q$  est le taux de transfert de fluide entre la matrice et la fracture, [M / (TL<sup>3</sup>)] ;  $\sigma$  est le facteur de forme, [1 / L<sup>2</sup>];  $\rho$  est la densité du fluide, [M / L<sup>3</sup>];  $\mu$  est la viscosité du fluide, [M / (LT)];  $K_m$  est la perméabilité de la matrice, [L<sup>2</sup>];  $\bar{P}$  est la pression moyenne de la matrice, [M / (LT<sup>2</sup>)] ;  $P_f$  est la pression de fracture, [M / (LT<sup>2</sup>)] .

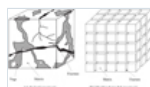


Fig. 1

Schéma de l'idéalisation des réservoirs fracturés ( Warren *et Root*, 1963 ).

Le modèle de facteur de forme pour la matrice cubique peut s'écrire ( Warren *et Root*, 1963 ):

$$\sigma = \frac{4N(N+2)}{L^2}, \quad (2)$$

où  $N$  est le nombre d'ensembles de fractures (1, 2 ou 3),  $L$  est la longueur caractéristique de la matrice qui est la distance entre la surface de fracture et le centre de la matrice, [L]. Les facteurs de forme sont  $12 / L^2$ ,  $32 / L^2$  et  $60 / L^2$  pour une dimension (1D), en deux dimensions (2D) et en trois dimensions (3D) des espaces, respectivement.

De plus, de nombreux chercheurs ont mené des études sur les échanges de fluides entre matrice et fracture sur la base du modèle de [Warren et Root \(1963\)](#). [Kazemi et coll. \(1976\)](#) ont directement étendu le transfert monophasé de [Warren et Root \(1963\)](#) au transfert biphasé et l'ont d'abord appliqué à la simulation numérique de milieux poreux isotropes à double porosité 3D. Lorsque la longueur de la matrice est la même dans chaque direction, les facteurs de forme sont respectivement de  $4 / L^2$ ,  $8 / L^2$  et  $12 / L^2$  pour les espaces 1D, 2D et 3D. En incluant les effets de la gravité, de la force capillaire et de la force visqueuse sur la fonction de transfert, [Thomas et coll. \(1983\)](#) ont établi un modèle triphasé 3D pour simuler l'écoulement des fluides dans les réservoirs fracturés. En comparant la grille fine à simple porosité avec les modèles à double porosité, ils ont conclu que le facteur de forme était de  $25 / L^2$  lorsque les deux modèles ont une bonne concordance. [Coats \(1989\)](#) a résolu l'équation de diffusion des fluides légèrement compressibles et a dérivé une fonction de transfert. Ils ont constaté que leur facteur de forme était exactement le double de la valeur de [Kazemi et al. \(1976\)](#). En comparant des modèles à mailles fines avec des expériences, [Ueda et coll. \(1989\)](#) pensaient que le facteur de forme était deux et trois fois celui de [Kazemi et al. \(1976\)](#) dans les espaces 1D et 2D, respectivement.

Cependant, l'application de ces facteurs de forme pour expliquer les caractéristiques transitoires de la pression de la matrice au stade initial du processus de transfert de fluides produit généralement un écart important. Par conséquent, certains chercheurs ont mené de nombreuses études sur la description du comportement transitoire de pression de la matrice. [Zimmerman et coll. \(1993\)](#) ont développé un modèle monophasé à double porosité dans des réservoirs fracturés et ont résolu l'équation différentielle ordinaire non linéaire pour obtenir une fonction de transfert matrice-fracture, qui était plus précise que l'équation linéaire de [Warren et Root \(1963\)](#) pour calculer le flux aux stades précoces et tardifs. [Lim et Aziz \(1995\)](#) ont dérivé le facteur de forme en résolvant l'équation de diffusion de pression de matrice et ont utilisé une simulation numérique à grille fine pour valider le facteur de forme présenté. Ils ont considéré que la géométrie de la matrice et le gradient de pression de l'ensemble du système ont un grand impact sur le facteur de forme. [Noetinger et Estebenet \(2000\)](#) ont utilisé des méthodes de marches aléatoires en temps continu pour simuler le terme d'échange matrice-fracture et ont obtenu un facteur de forme impliqué dans des formulations à double porosité d'écoulement de fluide à travers des réservoirs fracturés. Un bon accord a été trouvé entre leurs résultats et la simulation numérique. [Sarma et Aziz \(2004\)](#) pensaient que les réseaux de fractures n'étaient pas orthogonaux et ont résolu l'équation de diffusion de pression monophasée non orthogonale pour en déduire les facteurs de forme 2D et 3D. Leurs résultats ont été vérifiés en comparant le modèle de fracture discrète avec le modèle à double porosité. Pour différentes géométries et conditions aux limites, [Hassanzadeh et Pooladidarvish \(2006\)](#) ont introduit le facteur de forme et ont indiqué que la géométrie de la matrice et le changement de pression de la fracture ont un effet important sur le facteur de forme. [Ranjbar et coll. \(2011\)](#) ont résolu l'équation de diffusivité non linéaire monophasée de différents régimes d'appauvrissement de la pression pour dériver le facteur de forme, et étudié l'impact du régime d'appauvrissement de la pression de fracture sur le facteur de forme. Ils ont ensuite appliqué la technique de simulation numérique à grille fine pour vérifier leur facteur de forme. En résolvant l'équation de diffusion de saturation dans les réservoirs fracturés, [Saboorian-Jooybari et al. \(2015\)](#) ont développé le facteur de forme tenant compte des forces capillaires et gravimétriques, qui a été vérifié à l'aide d'une simulation numérique à grille fine. Pour les réservoirs fracturés à faible perméabilité, [He et coll. \(2017\)](#) ont proposé un nouveau facteur de forme en résolvant l'équation de diffusion de pression monophasée. De plus, leurs résultats ont montré que le nouveau facteur de forme pouvait prédire la production avec précision. Pour les réservoirs fracturés serrés avec l'existence de la couche limite et la répartition hétérogène de la pression de la matrice, [Cao et coll. \(2019\)](#) ont présenté la fonction de transfert matrice-fracture monophasée, qui a été vérifiée par la simulation numérique et les données expérimentales.

La théorie de la géométrie fractale a été largement utilisée pour étudier les propriétés de transport des milieux poreux. L'application de la théorie de la géométrie fractale dans le domaine du génie pétrolier a fait l'objet de nombreuses attentions. Les deux du réseau de fracture ([Chang et Yortsos, 1990](#) ; [Acuna et coll. , 1995](#) ) et matrice ([Katz et Thompson, 1985](#) ; [Krohn, 1988](#) ; [Adler, 1996](#) ) peut être représenté efficacement et commodément par la géométrie fractale. [Zhou et coll. \(2000\)](#) ont étudié les caractéristiques fractales des fractures naturelles et développé un modèle de fonction de transfert fractal pour analyser l'effet de la distribution de la taille des pores de la matrice sur le transfert de fluides entre la matrice et la fracture dans les réservoirs fracturés. Sur la base des caractéristiques fractales des réservoirs fracturés, [Flamenco-Lopez et Camacho-Velazquez \(2001\)](#) ont établi l'équation fractale à double porosité et ont obtenu la solution analytique de la pression par la méthode de la transformée de Laplace. L'importance des caractéristiques de pression transitoire et pseudo-constante des réservoirs fracturés à géométrie fractale dans un seul puits a été discutée. [Kong et coll. \(2009\)](#) ont décrit les caractéristiques des pores des milieux poreux et fracturés à travers la théorie fractale et ont présenté les nouveaux modèles de vitesse d'écoulement, de porosité et de perméabilité dans les milieux poreux et fracturés. Dans leur étude, les équations de diffusion de pression des milieux poreux et fracturés ont été établies et leurs caractéristiques de pression transitoire ont été analysées. [Yao et coll. \(2012\)](#) pensaient que les fractures avaient des caractéristiques fractales et ont établi deux équations à double porosité basées respectivement sur une matrice circulaire et une matrice cylindrique. Ils ont utilisé la méthode de Laplace pour obtenir la solution analytique de pression et analysé les influences de la forme de la matrice et des paramètres fractals sur les caractéristiques de pression transitoire des réservoirs fracturés. [Fan et Etehadtavakkol \(2017\)](#) ont indiqué que les fractures ont des caractéristiques fractales et ont établi un modèle de distribution du réseau de fractures induites, qui était fonction de la distribution de la densité et de la distribution de perméabilité / porosité des fractures induites. [Lian et coll. \(2018\)](#) ont utilisé la géométrie fractale pour caractériser la distribution à différentes échelles des pores et des fractures, et ont présenté une équation d'écoulement de fluide radial monophasé en impliquant une adsorption hors équilibre pour étudier les propriétés d'écoulement dans les réservoirs de gaz de schiste. [Wang et coll. \(2018\)](#) ont combiné le modèle à double porosité avec le modèle d'écoulement tri-linéaire et ont utilisé la géométrie fractale pour caractériser la distribution hétérogène des réseaux de fractures et le non-uniforme de la porosité et de la perméabilité de la matrice / fracture. En appliquant les techniques de la fonction de Bessel et de la transformée de Laplace, l'écoulement de fluide à travers les fractures hydrauliques primaires, les matrices de volume de réservoir stimulé et de réservoir non stimulé ont été intégrés pour dériver des solutions analytiques. La précision des solutions analytiques dans leur étude a été vérifiée par un exemple de simulation numérique synthétique à grille fine.

Dans la littérature précédente, l'effet de la microstructure de la matrice sur le facteur de forme n'est pas pris en compte lors du développement du réservoir. La théorie de la géométrie fractale peut caractériser de manière relativement précise l'effet de la microstructure matricielle sur le transfert de fluides entre la matrice et la fracture. La théorie de la géométrie fractale a été largement appliquée dans les caractéristiques d'écoulement des réservoirs fracturés, mais ses applications dans la fonction de transfert et le facteur de forme sont encore rares. Dans cet article, nous considérons l'effet de la microstructure matricielle sur le transfert de fluides entre matrice et fracture au moyen de la théorie de la géométrie fractale, à partir de laquelle un nouveau facteur de forme est dérivé. Des modèles à mailles fines à simple porosité et à double porosité sont ensuite appliqués pour valider le nouveau facteur de forme. Finalement,

## 2 Modèle mathématique

Il a été rapporté que la surface des pores et la distribution de la taille des pores des milieux poreux suivent les caractéristiques fractales (Katz et Thompson, 1985 ; Yu et Cheng, 2002). La théorie de la géométrie fractale présente de grands avantages dans la représentation précise des milieux poreux avec des microstructures complexes (Costa, 2006 ; Erol et coll., 2017). En considérant le modèle du faisceau capillaire fractal et l'équation de Hagen-Poiseuille du capillaire courbe, la perméabilité fractale et la porosité fractale de la matrice peuvent être respectivement exprimées par (Kong et coll., 2007) :

$$K_m = \frac{\pi}{128A_0} \frac{D_f \lambda_{\max}^4}{D_T (3 + D_T - D_f)} \left( \frac{x}{\lambda_{\max}} \right)^{1-D_T} = K_a \left( \frac{x}{\lambda_{\max}} \right)^{1-D_T}, \quad (3)$$

$$\phi_m = \frac{\pi}{4A_0} \frac{D_T D_f \lambda_{\max}^2}{3 - D_T - D_f} \left[ 1 - \left( \frac{\lambda_{\min}}{\lambda_{\max}} \right)^{3-D_T-D_f} \right] \left( \frac{\lambda_{\max}}{x} \right)^{1-D_T} = \phi_a \left( \frac{\lambda_{\max}}{x} \right)^{1-D_T}, \quad (4)$$

où  $\phi_m$  est la porosité de la matrice;  $A_0$  est l'aire unitaire, [L<sup>2</sup>];  $x$  est la distance, [L];  $D_f$  est la dimension fractale du pore,  $0 < D_f < 2$  (dans l'espace 2D) et  $0 < D_f < 3$  (dans l'espace 3D);  $\lambda_{\max}$  est le diamètre maximal des pores, [L];  $D_T$  est la dimension fractale de la tortuosité,  $1 < D_T < 2$  (dans l'espace 2D) et  $1 < D_T < 3$  (dans l'espace 3D),  $D_T = 1$  représente un capillaire droit,  $D_T = 2$  représente un plan complètement rempli de ligne tortueuse, et  $D_T = 3$  représente un espace 3D complètement rempli de ligne tortueuse;  $K_a$  est la constante de perméabilité, [L<sup>2</sup>];  $\phi_a$  est la constante de porosité. On note que les symboles  $D_f$  et  $D_T$  sont respectivement utilisés pour les pores et les lignes de courant en matrice dans ce travail.

En remplaçant les équations (3) et (4) dans l'équation de continuité, l'équation de diffusion de pression fractale de la matrice peut être obtenue par (Kong et al., 2007) :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\xi - D_T}{x} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\phi_{ao} \mu c}{K_a} \left( \frac{x}{\lambda_{\max}} \right)^{2(D_T-1)} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (5)$$

où  $\xi$  correspond à un flux 1D, un flux 2D et un flux 3D, qui valent respectivement 1, 2 et 3. Lorsque le capillaire est droit, l'équation (5) peut être simplifiée comme l'équation classique de diffusion de pression.

Avant d'établir un modèle mathématique, certaines hypothèses doivent être considérées comme suit:

1. Les réservoirs fracturés sont considérés comme un modèle à double porosité (Fig. 2), où les fluides de la matrice s'écoulent à travers les fractures au lieu d'être directement au fond du puits, et la matrice est isotrope.

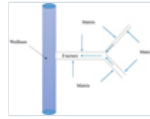


Fig. 2

Schéma des milieux à double porosité.

2. Le fluide est légèrement compressible.
3. La roche est compressible.
4. La matrice est représentée par le modèle de faisceau capillaire tortueux fractal.

### 2.1 Fonction de transfert et facteur de forme du flux 1D

En supposant que la matrice a été entourée de deux fractures, qui ont un espacement  $L$  (Fig. 3), les fluides s'écoulent de la matrice à la surface de la fracture, et donc l'équation de diffusion de pression fractale dans la matrice peut être donnée par Kong et al. (2007) :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{1 - D_T}{x} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\phi_{ao} \mu c}{K_a} \left( \frac{x}{\lambda_{\max}} \right)^{2(D_T-1)} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (6)$$

où  $P$  est la pression de la matrice, [M / (LT<sup>2</sup>)];  $\phi_{ao}$  est la valeur de  $\phi_a$  sous la pression de référence  $P_0$ ;  $c$  est la compressibilité totale du réservoir, [(LT<sup>2</sup>) / M];  $t$  est le temps de transfert, [T].

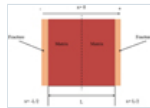


Fig. 3

Schéma du système de fracture matrice 1D.

Les conditions initiales et aux limites sont données par:

$$\begin{aligned} P &= P_0, & -L/2 \leq x \leq L/2, & \quad t = 0 \\ P &= P_f, & x = \pm L/2, & \quad t > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

En utilisant la méthode des variables de séparation et la fonction de Bessel et en combinant l'équation (6) avec l'équation (7) (voir l'annexe A pour plus de détails):

$$\frac{\bar{P} - P_0}{P_f - P_0} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 8 \times e^{(2n+1)^2}}{L \pi^2 (2n+1)^2} \delta \exp \left( -\frac{1}{M} \frac{2^{2D_T-2} \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} t \right),$$

$$M = \frac{\phi_{ao}\mu c}{K_a \lambda_{\max}^{2(D_T-1)}}$$

où est une constante.

La dérivée partielle de l'équation (8) par rapport au temps  $t$  donne:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \frac{1}{P_f - P_0} = \frac{1}{M} \frac{2^{2D_T-2} \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 8 \times e^{(2n+1)^2}}{L \pi^2 (2n+1)^2} \exp\left(-\frac{1}{M} \frac{2^{2D_T-2} \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} t\right) = \frac{1}{M} \frac{2^{2D_T-2} \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} \left(1 - \frac{\bar{P} - P_0}{P_f - P_0}\right).$$

(9)

L'équation (9) peut aussi s'écrire:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = -\frac{K_a \lambda_{\max}^{2(D_T-1)}}{\phi_{ao}\mu c} \frac{2^{2D_T-2} \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} (\bar{P} - P_f).$$

(dix)

La fonction de transfert 1D peut être exprimée comme suit:

$$q = -\frac{\partial(\rho\phi)_m}{\partial t} = -\rho\phi_{ao}c \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \left(\frac{\lambda_{\max}}{L}\right)^{1-D_T}.$$

(11)

La substitution de l'équation (10) dans l'équation (11) donne:

$$q = \frac{\rho}{\mu} K_a \frac{2^{2D_T-2} \pi^2 D_T^2}{L^{1+D_T}} \lambda_{\max}^{D_T-1} (\bar{P} - P_f).$$

(12)

Comparé à la fonction de transfert (Eq. (1)), le facteur de forme dans le flux 1D peut être exprimé comme suit:

$$\sigma = \pi^2 \frac{2^{2D_T-2} D_T^2}{L^{1+D_T}} \lambda_{\max}^{D_T-1}.$$

(13)

À partir de l'équation (13), le facteur de forme proposé considère l'effet de la flexion du canal d'écoulement et de la structure des micropores de la matrice. Plus précisément, le facteur de forme est clairement lié à la dimension fractale de la tortuosité, au diamètre maximal des pores et à la longueur caractéristique de la matrice.

## 2.2 Fonction de transfert et facteur de forme du flux 2D

Dans le modèle 2D, la matrice est entourée de quatre fractures, avec deux groupes de fractures parallèles. Espace fracture est  $L$ . Pour le système matrice-fracture 2D, le comportement de diffusion de la pression de la matrice à la fracture peut être similaire à une région circulaire (Fig. 4). Le rayon équivalent  $R$  de la matrice est:

$$L^2 = \pi R^2 \Rightarrow R = \frac{L}{\sqrt{\pi}}.$$

(14)

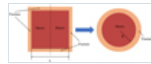


Fig. 4

Schéma du système de fracture matrice 2D.

L'équation de diffusion de pression fractale de matrice 2D peut être donnée par (Kong et al., 2007):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{2-D_T}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi_{ao}\mu c}{K_a} \left(\frac{r}{\lambda_{\max}}\right)^{2(D_T-1)} \frac{\partial P}{\partial t},$$

(15)

où  $r$  est la distance, [L].

Les conditions initiales et aux limites sont données par:

$$\begin{aligned} P &= P_0, & 0 \leq r \leq R, & t = 0 \\ P &= P_f, & r = R, & t > 0. \end{aligned}$$

(16)

En utilisant la méthode des variables de séparation, la solution analytique de l'équation (15) peut être obtenue sous la forme de la fonction de Bessel (voir l'annexe B pour plus de détails):

$$P = P_f + r^{\frac{D_T-1}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} 2(P_0 - P_f) \eta \exp\left[-\frac{1}{M} \left(\frac{D_T I_1}{R^{D_T}}\right)^2 t\right],$$

(17)

où  $\eta = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{J_{\nu-1}(I_1)} \left[-D_T \frac{1-D_T}{2D_T} \left(\frac{R^{D_T}}{D_T}\right)^{\frac{1-3D_T}{2D_T}} \left(\frac{D_T I_1}{R^{D_T}}\right)^{-\frac{3D_T+1}{2D_T}}\right] \times J_{\nu}\left(\frac{r^{D_T} I_1}{R^{D_T}}\right)$ ,  $J_{\nu}(x)$  est la fonction de Bessel,  $\nu$  est l'ordre de la fonction de Bessel,  $I_1$  est le point zéro positif de la fonction de Bessel (le code de solution de  $I_1$  est indiqué dans l'annexe C), cela dépend de la valeur de  $\nu$  et  $\nu = \frac{D_T-1}{2D_T}$ .

En supposant que l'aire de la matrice  $A_{av}$  est égale à  $\pi r^2$ . La pression moyenne de la matrice est la suivante:

$$\bar{P} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R P dA_{av}. \quad (18)$$

En substituant l'équation (17) à l'équation (18), on obtient:

$$\bar{P} = P_f + \frac{4}{R^2} \sum_{m=1}^{\infty} (P_f - P_0) \int_0^R r^{\frac{D_T+1}{2}} \eta dr \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_1}{R^{D_T}} \right)^2 t \right]. \quad (19)$$

Les deux côtés de l'équation (19) sont soustraits par  $P_0$  puis divisés par  $P_f - P_0$ . Ainsi, l'équation (19) peut être exprimée comme suit:

$$\frac{\bar{P} - P_0}{P_f - P_0} = 1 + \frac{4}{R^2} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^R r^{\frac{D_T+1}{2}} \eta dr \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_1}{R^{D_T}} \right)^2 t \right]. \quad (20)$$

La dérivée partielle de l'équation (20) par rapport à  $t$  peut être exprimée comme suit:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \frac{1}{P_f - P_0} = -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_1}{R^{D_T}} \right)^2 \frac{4}{R^2} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^R r^{\frac{D_T+1}{2}} \eta dr \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_1}{R^{D_T}} \right)^2 t \right] = -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_1}{R^{D_T}} \right)^2 \left( \frac{\bar{P} - P_0}{P_f - P_0} - 1 \right). \quad (21)$$

L'équation (21) peut également être écrite comme suit:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = -\frac{K_a \lambda_{\max}^{2(D_T-1)}}{\phi_{ao} \mu c} \left( \frac{D_T I_1}{R^{D_T}} \right)^2 (\bar{P} - P_f). \quad (22)$$

La fonction de transfert 2D peut être exprimée comme suit:

$$q = -\frac{\partial(\rho\phi)_m}{\partial t} = -\rho\phi_{ao} c \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \left( \frac{\lambda_{\max}}{R} \right)^{1-D_T}. \quad (23)$$

La substitution de l'équation (22) dans l'équation (23) donne:

$$q = \frac{\rho}{\mu} K_a \frac{D_T^2 I_1^2}{R^{1+D_T}} \lambda_{\max}^{D_T-1} (\bar{P} - P_f). \quad (24)$$

Par conséquent, le facteur de forme 2D peut être exprimé comme suit:

$$\sigma = \frac{D_T^2 I_1^2}{R^{1+D_T}} \lambda_{\max}^{D_T-1}. \quad (25)$$

En substituant l'équation (14) à l'équation (25), on obtient:

$$\sigma = \pi^{\frac{1+D_T}{2}} \frac{D_T^2 I_1^2}{L^{1+D_T}} \lambda_{\max}^{D_T-1}. \quad (26)$$

Le facteur de forme 2D présenté prend également en compte l'effet de la dimension fractale de la tortuosité, du diamètre maximal des pores et de la longueur caractéristique de la matrice. De plus, la valeur du point zéro positif de la fonction de Bessel est liée à la valeur de la dimension fractale de la tortuosité.

### 2.3 Fonction de transfert et facteur de forme du flux 3D

Dans le modèle 3D, la matrice est entourée par six fractures, avec trois groupes de fractures parallèles, qui ont un espacement  $L$ . Pour le système matrice-fracture 3D, le comportement de diffusion de la pression de la matrice à la fracture peut être approximativement considéré comme une sphère (Fig. 5). Le rayon équivalent  $R$  de la matrice est:

$$L^3 = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow R = L^3 \sqrt{\frac{0.75}{\pi}}. \quad (27)$$

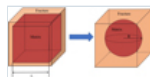


Fig. 5

Schéma du système de fracture matrice 3D.

L'équation de diffusion de pression fractale de matrice 3D peut être donnée par (Kong et al., 2007):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{3 - D_T}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi_{ao} \mu c}{K_a} \left( \frac{r}{\lambda_{\max}} \right)^{2(D_T-1)} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (28)$$

Les conditions initiales et aux limites sont données par:

$$\begin{aligned} P &= P_0, & 0 \leq r \leq R, & t = 0 \\ P &= P_f, & r = R, & t > 0. \end{aligned}$$

En utilisant la méthode des variables de séparation, la solution analytique de l'équation (28) peut être obtenue sous la forme de la fonction de Bessel (voir l'annexe B pour plus de détails):

$$P = P_f + r^{\frac{D_T-2}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} 2(P_f - P_0) \varpi \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_2}{R^{D_T}} \right)^2 t \right], \quad (30)$$

où  $\varpi = \frac{1}{J_{\nu-1}(I_2)} D_T^{-\frac{|D_T-2|}{2D_T}} \left( \frac{R^{D_T}}{D_T} \right)^{-\frac{|D_T-2|+2D_T}{2D_T}} \left( \frac{D_T I_2}{R^{D_T}} \right)^{\frac{|D_T-2|-4D_T}{2D_T}} \times J_{\nu} \left( \frac{r^{D_T} I_2}{R^{D_T}} \right)$ ,  $I_2$  est le point zéro positif de la fonction de Bessel (le code de solution de  $I_2$  est indiqué dans l'annexe C), il dépend de la valeur de  $\nu$ , et  $\nu = \frac{|D_T-2|}{2D_T}$ .

En supposant que le volume de la matrice  $V_{av}$  est égal à  $\frac{4}{3}\pi r^3$ , la pression moyenne de la matrice est la suivante:

$$\bar{P} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int_0^R P dV_{av}. \quad (31)$$

La substitution de l'équation (30) dans l'équation (31) donne:

$$\bar{P} = P_f + \frac{6}{R^3} \sum_{m=1}^{\infty} (P_f - P_0) \int_0^R r^{\frac{D_T+2}{2}} \varpi dr \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_2}{R^{D_T}} \right)^2 t \right]. \quad (32)$$

Les deux côtés de l'équation (32) sont soustraits par  $P_0$  puis divisés par  $P_f - P_0$ . Ainsi, l'équation (32) peut être exprimée comme suit:

$$\frac{\bar{P} - P_0}{P_f - P_0} = 1 + \frac{6}{R^3} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^R r^{\frac{D_T+2}{2}} \varpi dr \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_2}{R^{D_T}} \right)^2 t \right]. \quad (33)$$

La dérivée partielle de l'équation (33) par rapport à  $t$  peut être exprimée comme suit:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \frac{1}{P_f - P_0} = -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_2}{R^{D_T}} \right)^2 \frac{6}{R^3} \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^R r^{\frac{D_T+2}{2}} \varpi dr \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_2}{R^{D_T}} \right)^2 t \right] = -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_2}{R^{D_T}} \right)^2 \left( \frac{\bar{P} - P_0}{P_f - P_0} - 1 \right). \quad (34)$$

L'équation (34) peut aussi s'écrire:

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = -\frac{K_a \lambda_{\max}^{2(D_T-1)}}{\phi_{ao} \mu c} \left( \frac{D_T I_2}{R^{D_T}} \right)^2 (\bar{P} - P_f). \quad (35)$$

La fonction de transfert 3D peut être exprimée comme suit:

$$q = -\frac{\partial(\rho\phi)_m}{\partial t} = -\rho\phi_{ao} c \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \left( \frac{\lambda_{\max}}{R} \right)^{1-D_T}. \quad (36)$$

La substitution de l'équation (35) dans l'équation (36) donne:

$$q = \frac{\rho}{\mu} K_a \frac{D_T^2 I_2^2}{R^{1+D_T}} \lambda_{\max}^{D_T-1} (\bar{P} - P_f). \quad (37)$$

Par conséquent, le facteur de forme 3D peut être exprimé comme suit:

$$\sigma = \frac{D_T^2 I_2^2}{R^{1+D_T}} \lambda_{\max}^{D_T-1}. \quad (38)$$

La substitution de l'équation (27) dans l'équation (38) donne:

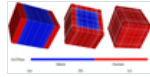
$$\sigma = \left( \frac{4}{3}\pi \right)^{\frac{1+D_T}{3}} \frac{D_T^2 I_2^2}{L^{1+D_T}} \lambda_{\max}^{D_T-1}. \quad (39)$$

Par rapport aux facteurs de forme proposés par les prédécesseurs, le facteur de forme fractale tient compte des influences de deux paramètres supplémentaires: la dimension fractale de la tortuosité et le diamètre maximal des pores de la matrice. L'effet de la microstructure sur le facteur de forme affecte directement le transfert de fluides dans le système matrice-fracture. Lorsque les canaux d'écoulement dans la matrice sont approximativement droits, dimension fractale de tortuosité de la matrice  $D_T = 1$ , notre modèle de facteur de forme a la même valeur que le modèle de Lim et Aziz (1995). Lorsque les canaux d'écoulement en matrice sont courbes, selon l'observation expérimentale, Yin et coll. (2017) ont présenté que la dimension fractale de tortuosité des milieux de grès, de charbon et de schiste varie généralement de 1,1 à 2,3. Nelson (2009) a signalé que les diamètres des pores sont généralement supérieurs à 2  $\mu\text{m}$  dans les réservoirs conventionnels, allant respectivement de 2 à 0,03  $\mu\text{m}$  et de 0,1 à 0,005  $\mu\text{m}$  dans le grès et le schiste à gaz étanches. Dans la plage de valeurs raisonnable  $D_T = 1,1$  et  $\lambda_{\max} = 0,15$  mm pour calculer le point zéro positif de la fonction de Bessel, nous pouvons obtenir  $I_{1,1} = 2,474$  et  $I_{2,1} = 3,013$ , et les facteurs de forme sont 11,35 /  $L^{2,1}$ , 20,38 /  $L^{2,1}$  et 24,77 /  $L^{2,1}$  pour les espaces 1D, 2D et 3D, respectivement. Les facteurs de forme prédits par Warren et Root (1963), Kazemiet coll. (1976), Lim et Aziz (1995) et notre modèle sont présentés dans le tableau 1.

**Tableau 1** Les facteurs de forme définis par divers modèles.

### 3 Vérification du modèle

Ici, le simulateur de réservoir commercial ECLIPSE est appliqué à la place de l'expérience en laboratoire pour vérifier le facteur de forme fractale proposé. Trois types de modèle à grille fine à simple porosité sont développés à l'aide d'ECLIPSE et offrent une courbe de référence pour les modèles à double porosité avec différents facteurs de forme. Dans les modèles à mailles fines à porosité unique, la matrice est discrétisée de sorte que les grilles proches des fractures sont plus fines que les autres, et l'espacement des fractures est de 10 cm ( Fig. 6 ). Les modèles à double porosité n'ont qu'une seule grille cubique d'une taille de 50 cm, qui est principalement contrôlée par le facteur de forme dans la fonction de transfert, et l'espacement des fractures est de 50 cm. Les paramètres de base utilisés dans ces modèles sont indiqués dans le tableau 2 .

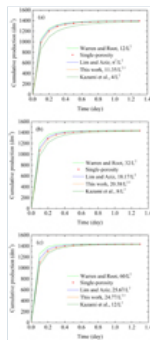


**Fig. 6**

Schéma de modèles à mailles fines à simple porosité pour (a) 1D, (b) 2D et (c) 3D.

**Tableau 2** Paramètres de base utilisés dans la simulation numérique.

Les courbes de la production cumulative au fil du temps de moins de 1D, 2D et 3D flux sont affichés dans les figures 7a - 7c , respectivement. Les résultats des modèles à mailles fines à porosité unique sont pris comme courbes de référence. Les résultats montrent que les facteurs de forme fractale ont un degré de correspondance relativement précis avec les courbes de référence. De toute évidence, la courbure des canaux de fluide ne peut être ignorée dans les vraies roches. La dimension fractale de la tortuosité et le diamètre maximal des pores ont un rôle important dans l'écoulement du fluide dans les milieux poreux (Yun et coll. , 2009 ;Ye et coll. , 2019 ;Huang et coll. , 2020 ). Ainsi, il y aura une grande erreur dans le terme d'échange de fluide si l'on néglige les effets de la dimension fractale de tortuosité et du diamètre maximal des pores de la matrice sur le facteur de forme. Le facteur de forme fractale proposé peut être utilisé pour expliquer les impacts de la dimension fractale de la tortuosité et du diamètre maximal des pores sur le taux d'échange de fluide, et donner une meilleure prédiction des taux de production et des récupérations.



**Fig. 7**

Courbes de production cumulative du modèle à double porosité avec différents facteurs de forme et modèle à grille fine à simple porosité, (a) écoulement 1D; (b) flux 2D; (c) Flux 3D.

### 4. Résultats et discussion

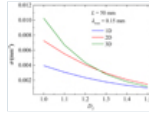
Le modèle de facteur de forme fractale présenté dans cet article (équations (13) , (26) et (39) ) est en termes de dimension fractale de tortuosité, de diamètre maximal des pores et de longueur caractéristique de la matrice. Les impacts des paramètres sur le facteur de forme sont étudiés dans cette partie pour comprendre la sensibilité au facteur de forme. On pense généralement que la perméabilité des milieux poreux peu perméables est inférieure à  $10 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$  . Avec la diminution de la perméabilité, les caractéristiques de l'écoulement non linéaire deviennent évidentes. Puisque la dérivation du modèle de facteur de forme fractale présenté suit la loi de Darcy, donc selon les données expérimentales ( Yin et al. , 2017), la dimension fractale de tortuosité de la matrice est approximativement inférieure à 1,5. Six valeurs de dimension fractale de tortuosité de la matrice sont sélectionnées comme 1,0, 1,1, 1,2, 1,3, 1,4 et 1,5, respectivement, qui reflètent la courbure différente des canaux d'écoulement dans les milieux poreux. Une gamme de diamètres de pores maximaux de la matrice qui varie de 0,1  $\mu\text{m}$  à 2 mm, couvrant les roches conventionnelles, le grès serré et le schiste. Le modèle de facteur de forme fractale contient le point zéro positif de la fonction de Bessel, qui est lié à la dimension fractale de la tortuosité. Donc, nous résolvons d'abord le point zéro positif de la fonction de Bessel à différentes valeurs de dimension fractale de tortuosité, comme indiqué dans le tableau 3 .

**Tableau 3** Le point zéro positif de la fonction de Bessel à différentes valeurs de dimension fractale de tortuosité.

Les valeurs du facteur de forme fractale diminuent à mesure que la dimension fractale de la tortuosité augmente ( Fig. 8 ). Puisque la dimension fractale de tortuosité est plus grande, plus le canal d'écoulement est incurvé, ce qui conduira à une plus grande résistance à l'écoulement, réduisant ainsi la masse d'échange de fluide entre la matrice et la fracture. Cependant, lorsque la dimension fractale de tortuosité est supérieure à 1,25, le facteur de forme du flux 2D est supérieur à celui du flux 3D. Puisque le nombre de fractures autour de la matrice augmente, une plus grande section transversale d'écoulement est formée, ce qui entraîne un taux d'échange de fluide plus élevé entre la matrice et la fracture. Le facteur de forme du flux 2D doit être inférieur à celui du flux 3D. La figure 8 indique que le modèle de facteur de forme fractale présenté convient à une dimension fractale de tortuosité inférieure à 1,25.

**Fig. 8**





L'impact de la dimension fractale de tortuosité de la matrice sur le facteur de forme fractale.

Le facteur de forme fractale croît avec l'augmentation du diamètre maximal des pores de la matrice ( Fig. 9 ). Le modèle de facteur de forme fractale présenté est applicable dans toutes les plages de diamètre maximal des pores de la matrice, ce qui indique que le modèle de facteur de forme fractale présenté convient aux milieux à double porosité à différentes échelles et que le facteur de forme fractale présenté varie à différentes échelles.

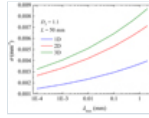


Fig. 9

L'impact du diamètre maximal des pores de la matrice sur le facteur de forme fractale.

Le facteur de forme fractale diminue avec l'augmentation de la longueur caractéristique de la matrice ( Fig. 10 ). L'augmentation de la longueur caractéristique de la matrice signifie que le temps d'écoulement du fluide est plus long, réduisant le taux de transfert de fluides entre la matrice et la fracture.

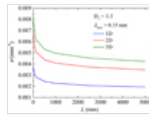


Fig. 10

L'impact de la longueur caractéristique de la matrice sur le facteur de forme fractale.

Afin de mieux comprendre le mécanisme de transfert des fluides entre la matrice et la fracture, différents modèles de facteurs de forme ont été présentés dans la littérature. Warren et Root (1963) ont combiné un bilan de matière intégral pour dériver des facteurs de forme respectivement  $12 / L^2$ ,  $32 / L^2$  et  $60 / L^2$  pour 1D, 2D et 3D. De plus, Lim et Aziz (1995) ont utilisé une solution analytique approximative de l'équation de diffusion de pression de la matrice aux facteurs de forme dérivés sont  $n^2 / L^2$ ,  $18,17 / L^2$  (ou  $2 n^2 / L^2$ ) et  $25,67 / L^2$  (ou  $3 n^2 / L^2$ ) pour 1D, 2D et 3D, respectivement. He et coll. (2017) ont considéré l'influence de la tortuosité ( $\tau$ ) et ont introduit les facteurs de forme modifiés sont  $n^2 / (\tau L^2)$ ,  $18 / (\tau L^2)$  et  $26 / (\tau L^2)$  pour 1D, 2D et 3D, respectivement. Lorsque ces facteurs de forme sont appliqués dans la fonction de transfert pour étudier le transfert de fluides entre la matrice et la fracture, l'impact de la structure microscopique des pores de la matrice est généralement négligé, ce qui s'écarte de la situation réelle. Le facteur de forme fractale présenté prend en compte les impacts de la dimension fractale de tortuosité de la matrice, le diamètre maximal des pores et la longueur caractéristique. Par rapport aux modèles précédents, le modèle de facteur de forme fractale proposé peut caractériser plus précisément l'impact de la structure microscopique des pores sur le taux de transfert de fluides entre la matrice et la fracture dans les réservoirs fracturés.

## 5. Conclusion

Nous avons établi une nouvelle fonction de transfert et un nouveau facteur de forme pour étudier le transfert de fluides entre la matrice et la fracture dans les réservoirs fracturés. L'expression analytique des facteurs de forme fractale dans les espaces 1D, 2D et 3D est dérivée via l'équation de diffusion de pression fractale. Le modèle de facteur de forme fractale présenté est authentifié en comparant le modèle à double porosité avec le modèle à grille fine à simple porosité. De plus, une analyse de sensibilité des paramètres du modèle est effectuée pour comprendre leurs effets sur le facteur de forme fractale. Certaines conclusions peuvent être obtenues:

1. Pour différents milieux poreux, le facteur de forme fractale peut fournir des valeurs correspondantes. L'application du facteur de forme fractale à la fonction de transfert nous aidera à mieux comprendre l'impact de la structure microscopique des pores sur la loi d'échange de fluide entre la matrice et la fracture.
2. Il existe une corrélation positive entre le facteur de forme fractale et le diamètre maximal des pores de la matrice. Le facteur de forme fractale diminue avec la croissance de la dimension fractale de la tortuosité et de la longueur caractéristique.
3. Lorsque la dimension fractale de tortuosité est à peu près inférieure à 1,25, le facteur de forme fractale a une valeur d'application pratique à différentes échelles.

## Remerciements

Ce travail est soutenu par le Programme de recherche stratégique prioritaire de l'Académie chinoise des sciences (n ° XDA14010302), la Fondation nationale des sciences naturelles de Chine (n ° 51904279) et les Fonds de recherche fondamentale pour les universités centrales (Université chinoise des géosciences, Wuhan) (n ° CUGGC04).

## Annexe A

### Dérivation de l'équation de diffusion de la pression fractale 1D

En supposant que la matrice a été entourée de deux fractures ( Fig.3 ), équation (A.1) pour l'équation de diffusion de pression fractale à matrice 1D ( Kong et al. , 2007 ):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{1 - D_T}{x} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\phi_{ao} \mu c}{K_a} \left( \frac{x}{\lambda_{\max}} \right)^{2(D_T-1)} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

(A.1)

Soit  $W = P - P_f$ , et les conditions initiales et aux limites peuvent être réécrites comme:

$$\begin{aligned} W &= P_0 - P_f, & -L/2 \leq x \leq L/2, & t = 0 \\ W &= 0, & x = \pm L/2, & t > 0. \end{aligned}$$

(A.2)

En substituant l'équation (A.2) à l'équation (A.1), cela donne:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{1 - D_T}{x} \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\phi_{a0} \mu C}{K_a} \left( \frac{x}{\lambda_{\max}} \right)^{2(D_T-1)} \frac{\partial W}{\partial t}.$$

(A.3)

En utilisant la méthode des variables de séparation, il doit avoir:

$$W = u(x) \exp\left(-\frac{1}{M} \alpha^2 t\right),$$

(A.4)

$$M = \frac{\phi_{a0} \mu C}{K_a \lambda_{\max}^{2(D_T-1)}}.$$

En substituant l'équation (A.4) à l'équation (A.3), nous pouvons obtenir:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1 - D_T}{x} \frac{\partial u}{\partial x} + \alpha^2 x^{2(D_T-1)} u = 0.$$

(A.5)

Selon la méthode de résolution de la fonction de Bessel, la solution de l'équation (A.5) peut être obtenue:

$$\mu = \sum_{m=1}^{\infty} \left[ A_m \sin\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right) + B_m \cos\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right) \right].$$

(A.6)

En substituant l'équation (A.6) à l'équation (A.4), on obtient:

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \left[ A_m \sin\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right) + B_m \cos\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right) \right] \exp\left(-\frac{1}{M} \alpha_m^2 t\right).$$

(A.7)

En combinant les équations (A.2) avec (A.7), nous pouvons obtenir:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[ A_m \sin\left(\frac{\alpha_m L^{D_T}}{2^{D_T} D_T}\right) + B_m \cos\left(\frac{\alpha_m L^{D_T}}{2^{D_T} D_T}\right) \right] \exp\left(-\frac{1}{M} \alpha_m^2 t\right) = 0,$$

(A.8a)

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[ -A_m \sin\left(\frac{\alpha_m L^{D_T}}{2^{D_T} D_T}\right) + B_m \cos\left(\frac{\alpha_m L^{D_T}}{2^{D_T} D_T}\right) \right] \exp\left(-\frac{1}{M} \alpha_m^2 t\right) = 0,$$

(A.8b)

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[ A_m \sin\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right) + B_m \cos\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right) \right] = P_0 - P_f.$$

(A.8c)

Par conséquent, les solutions des équations (A.8a) et (A.8b) peuvent être exprimées comme suit :

$$A_m = 0, \quad \alpha_m = \frac{2^{D_T-1} (2n+1) \pi D_T}{L^{D_T}}.$$

(A.9)

En remplaçant l'équation (A.9) par l'équation (A.8c), l'équation (A.8c) peut être réécrite comme suit :

$$P_0 - P_f = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \cos\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right).$$

(A.10)

Les deux côtés de l'équation (A.10) sont multipliés par  $x^{D_T-1} \cos\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right)$  et intégrés par rapport à  $x$ . Ensuite, la valeur de  $B_m$  peut être obtenue comme suit:

$$B_m = \frac{1}{\int_{-L/2}^{L/2} x^{D_T-1} \cos^2\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right) dx} \int_{-L/2}^{L/2} (P_0 - P_f) x^{D_T-1} \cos\left(\frac{\alpha_m x^{D_T}}{D_T}\right) dx = (-1)^n \frac{4(P_0 - P_f)}{(2n+1)\pi}.$$

(A.11)

En substituant les équations (A.9) et (A.11) à l'équation (A.7), l'équation (A.7) devient:

$$W = P - P_f = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4(P_0 - P_f)}{(2n+1)\pi} \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2} \frac{x^{D_T}}{(L/2)^{D_T}}\right] \exp\left[-\frac{1}{M} \frac{2^{2D_T-2} (2n+1)^2 \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} t\right].$$

(A.12)

L'équation (A.12) peut être convertie en:

$$P = P_f + \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4(P_0 - P_f)}{(2n+1)\pi} \cos \left[ \frac{(2n+1)\pi}{2} \frac{x^{D_T}}{(L/2)^{D_T}} \right] \exp \left[ -\frac{1}{M} \frac{2^{2D_T-2} (2n+1)^2 \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} t \right]. \quad (\text{A.13})$$

En supposant que l'aire de la matrice  $A_{av}$  est égale à  $hx$ ,  $h$  est la hauteur qui est constante et  $x$  est la distance. La pression moyenne de la matrice est la suivante:

$$\bar{P} = \frac{1}{A_{av}} \int_{-L/2}^{L/2} P dA_{av}. \quad (\text{A.14})$$

En substituant l'équation (A.13) à l'équation (A.14), cela donne:

$$\bar{P} = P_f + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 8 (P_0 - P_f)}{L\pi^2 (2n+1)^2} \times \delta \exp \left[ -\frac{1}{M} \frac{2^{2D_T-2} (2n+1)^2 \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} t \right], \quad (\text{A.15})$$

$$\text{où } \delta = \int_{-L/2}^{L/2} \cos \left[ \frac{(2n+1)\pi}{2} \frac{x^{D_T}}{(L/2)^{D_T}} \right] \frac{1}{D_T} \left( \frac{x}{L/2} \right)^{1-D_T} d \left[ \frac{(2n+1)\pi}{2} \frac{x^{D_T}}{(L/2)^{D_T}} \right]$$

Les deux côtés de l'équation (A.15) sont soustraits par  $P_0$  puis divisés par  $P_f - P_0$ . Ainsi, l'équation (A.15) peut être exprimée comme suit:

$$\frac{\bar{P} - P_0}{P_f - P_0} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 8 \times e^{(2n+1)^2}}{L\pi^2 (2n+1)^2} \times \delta \exp \left( -\frac{1}{M} \frac{2^{2D_T-2} \pi^2 D_T^2}{L^{2D_T}} t \right). \quad (\text{A.16})$$

## Appendice B

### Dérivation de l'équation de diffusion de pression fractale 2D et 3D

L'équation de diffusion de la pression fractale matricielle est donnée par (Kong et al., 2007):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{\xi - D_T}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\phi_{ao}\mu c}{K_a} \left( \frac{r}{\lambda_{\max}} \right)^{2(D_T-1)} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (\text{B.1})$$

où  $\xi$  correspond au flux 2D et au flux 3D, qui valent respectivement 2 et 3.

Soit  $G = P - P_f$ , et les conditions initiales et aux limites peuvent être réécrites comme:

$$\begin{aligned} G &= P_0 - P_f, & 0 \leq r \leq R, & \quad t = 0 \\ G &= 0, & r = R, & \quad t > 0. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

En substituant l'équation (B.2) à l'équation (B.1), on obtient:

$$\frac{\partial^2 G}{\partial r^2} + \frac{\xi - D_T}{r} \frac{\partial G}{\partial r} = \frac{\phi_{ao}\mu c}{K_a} \left( \frac{r}{\lambda_{\max}} \right)^{2(D_T-1)} \frac{\partial G}{\partial t}. \quad (\text{B.3})$$

En utilisant la méthode des variables de séparation, nous pouvons voir que:

$$G = w(r) \exp \left( -\frac{1}{M} \beta^2 t \right). \quad (\text{B.4})$$

En substituant l'équation (B.4) à l'équation (B.3), nous pouvons obtenir:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\xi - D_T}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = \beta^2 r^{2(D_T-1)} \frac{\partial w}{\partial t}. \quad (\text{B.5})$$

Selon la méthode de solution de la fonction de Bessel, la solution de l'équation (B.5) peut être obtenue:

$$w = r^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ c_m J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right) + b_m \frac{\cos(\nu\pi) J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right) - J_{-\nu} \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right)}{\sin(\nu\pi)} \right], \quad (\text{B.6})$$

où  $\nu = \frac{|D_T+1-\xi|}{2D_T}$ ,  $\nu$  correspond à écoulement 2D et 3D écoulement, qui sont  $\nu_2 = \frac{D_T-1}{2D_T}$  et  $\nu_3 = \frac{|D_T-2|}{2D_T}$ , respectivement.

En substituant l'équation (B.6) à l'équation (B.4), on obtient:

$$G = r^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ c_m J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right) + b_m \frac{\cos(\nu\pi) J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right) - J_{-\nu} \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right)}{\sin(\nu\pi)} \right] \exp \left( -\frac{1}{M} \beta_m^2 t \right). \quad (\text{B.7})$$

En combinant les équations (B.2) et (B.7), nous pouvons obtenir:

$$R^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ c_m J_\nu \left( \frac{\beta_m R^{D_T}}{D_T} \right) + b_m \frac{\cos(\nu\pi) J_\nu \left( \frac{\beta_m R^{D_T}}{D_T} \right) - J_{-\nu} \left( \frac{\beta_m R^{D_T}}{D_T} \right)}{\sin(\nu\pi)} \right] \exp \left( -\frac{1}{M} \beta_m^2 t \right) = 0, \quad (\text{B.8a})$$

$$r^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ c_m J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right) + b_m \frac{\cos(\nu\pi) J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right) - J_{-\nu} \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right)}{\sin(\nu\pi)} \right] = P_0 - P_f. \quad (\text{B.8b})$$

L'équation (B.8b) peut être convertie en:

$$P_0 - P_f = r^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right) \left[ c_m + b_m \frac{\cos(\nu\pi)}{\sin(\nu\pi)} - b_m \frac{J_{-\nu} \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right)}{J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right)} \right] = r^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right) \left[ c_m + b_m \frac{\cos(\nu\pi)}{\sin(\nu\pi)} - b_m \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{2D_T} \right)^{-2\nu} \frac{\Gamma(m+1+\nu)}{\Gamma(m+1-\nu)} \right]. \quad (\text{B.9})$$

Dans l'équation (B.9), lorsque  $r \rightarrow 0$ , on a  $\left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{2D_T} \right)^{-2\nu} \rightarrow \infty$ , mais  $P_0 - P_f \ll \infty$ , on peut donc obtenir:

$$b_m = 0. \quad (\text{B.10})$$

Ensuite, l'équation (B.9) peut être réduite à:

$$P_0 - P_f = r^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} c_m J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right). \quad (\text{B.11})$$

La substitution de l'équation (B.10) dans l'équation (B.8a) donne:

$$R^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ c_m J_\nu \left( \frac{\beta_m R^{D_T}}{D_T} \right) \right] \exp \left( -\frac{1}{M} \beta_m^2 t \right) = 0. \quad (\text{B.12})$$

Dans l'équation (B.12), en raison de  $R^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \neq 0$  et  $\exp \left( -\frac{1}{M} \beta_m^2 t \right) \neq 0$ , nous pouvons donc obtenir:

$$\begin{aligned} J_\nu \left( \frac{\beta_m R^{D_T}}{D_T} \right) &= J_\nu(I_m) = 0 \\ \text{so } \beta_m &= \frac{D_T I_m}{R^{D_T}}, \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

où  $J_\nu(x)$  est la fonction de Bessel,  $\nu$  est l'ordre de la fonction de Bessel,  $I_m$  est le point zéro positif de la fonction de Bessel (le code de solution de  $I_m$  est indiqué dans l'annexe C), cela dépend de la valeur de  $\nu$ ,  $I_m$  correspond au flux 2D et au flux 3D, qui sont respectivement  $I_1$  et  $I_2$ .

Les deux côtés de l'équation (B.12) sont multipliés par  $\frac{r^{D_T}}{D_T} J_\nu \left( \frac{\beta_m r^{D_T}}{D_T} \right)$  et intégrés par rapport à  $x$ . Ensuite, la valeur de  $c_m$  peut être obtenue comme suit:

$$c_m = \frac{2(P_0 - P_f)}{J_{\nu-1} \left( \frac{\beta_m R^{D_T}}{D_T} \right)} \left[ -D_T^{-\nu} \left( \frac{R^{D_T}}{D_T} \right)^{-\nu-1} \beta_m^{\nu-2} \right]. \quad (\text{B.14})$$

En substituant les équations (B.10), (B.13) et (B.14) dans l'équation (B.7), l'équation (B.7) devient:

$$G = P - P_f = r^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(P_f - P_0)}{J_{\nu-1}(I_m)} D_T^{-\nu} \left( \frac{R^{D_T}}{D_T} \right)^{-\nu-1} \times \left( \frac{D_T I_m}{R^{D_T}} \right)^{\nu-2} J_\nu \left( \frac{r^{D_T} I_m}{R^{D_T}} \right) \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_m}{R^{D_T}} \right)^2 t \right]. \quad (\text{B.15})$$

L'équation (B.15) peut être convertie en:

$$P = P_f + r^{\frac{D_T+1-\xi}{2}} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(P_f - P_0)}{J_{\nu-1}(I_m)} D_T^{-\nu} \left( \frac{R^{D_T}}{D_T} \right)^{-\nu-1} \left( \frac{D_T I_m}{R^{D_T}} \right)^{\nu-2} \times J_\nu \left( \frac{r^{D_T} I_m}{R^{D_T}} \right) \exp \left[ -\frac{1}{M} \left( \frac{D_T I_m}{R^{D_T}} \right)^2 t \right] \quad (\text{B.16})$$

## Annexe C

### Code de solution du zéro positif de la fonction de Bessel

Dans cet article, nous devons obtenir le zéro positif de la fonction de Bessel qui est résolu par le logiciel MATLAB. Le code spécifique est le suivant:

```
clair, clc;
```

```
format long
```

```
x = (0: 0,2: 1)';
```

```
y_0 = fzéro (@ (x) besselj (0,045, x), 3);
```

## Les références

- Acuna JA, Ershaghi I., Yortsos YC (1995) Application pratique de l'analyse transitoire de pression fractale des réservoirs naturellement fracturés, *forme SPE. Eval.* 10, 3, 173-179. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Adler PM (1996) Transports en milieu poreux fractal, *J. Hydrol.* 187, 195-213. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Barenblatt GI, Zheltov IP, Kochina IN (1960) Concepts de base dans la théorie de l'infiltration de liquides homogènes dans les roches fissurées, *J. Appl. Math. Mech.* 24, 5, 1286-1303. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Behnoudfar P., Asadi MB, Gholilou A., Zendejboudi S. (2019) Un nouveau modèle pour conduire la conception de fractures hydrauliques dans les réservoirs de méthane houillère en incorporant les variations de contraintes, *J.Pet. Sci. Eng.* 174, 1208-1222. [[Google Scholar](#)]
- Cao R., Xu Z., Cheng L., Peng Y., Wang Y., Guo Z. (2019) Etude du transfert de masse monophasé entre matrice et fracture dans des réservoirs de pétrole étanches, *Geofluids* 2019, 1-11. [[Google Scholar](#)]
- Chang J., Yortsos YC (1990) Analyse transitoire de pression des réservoirs fractals, *forme SPE. Eval.* 5, 1, 31-38. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Coats KH (1989) Simulation compositionnelle implicite de réservoirs à porosité simple et double porosité, dans: *SPE Symposium on Reservoir Simulation, Houston, Texas, 6-8 février*, Society of Petroleum Engineers. [[Google Scholar](#)]
- Costa A. (2006) Relation perméabilité-porosité: Un réexamen de l'équation de Kozeny-Carman basée sur une hypothèse de géométrie fractale pore-espace, *Geophys. Res. Lett.* 33, 2, L02318. [[Google Scholar](#)]
- Erol S., Fowler SJ, Harcouët-Menou V., Laenen B. (2017) Un modèle analytique de porosité - perméabilité pour les milieux poreux et fracturés, *Transp. Porous Media* 120, 2, 327-358. [[Google Scholar](#)]
- Fan D., Etehadtavakkol A. (2017) Modélisation semi-analytique de l'écoulement de gaz de schiste à travers des réseaux de fractures induites par fractales avec des données microsismiques, *Fuel* 193, 444-459. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Flamenco-Lopez F., Camacho-Velazquez R. (2001) Comportement de la pression transitoire fractale des réservoirs naturellement fracturés, dans: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, 30 septembre-3 octobre, Nouvelle-Orléans, Louisiane, Society of Petroleum Engineers. [[Google Scholar](#)]
- Hassanzadeh H., Pooladidarvish M. (2006) Effets des conditions aux limites de fracture sur le facteur de forme de transfert matrice-fracture, *Transp. Porous Media* 64, 1, 51-71. [[Google Scholar](#)]
- He Y., Chen X., Zhang Y., Yu W. (2017) Modélisation des fonctions d'écoulement d'interporosité et des facteurs de forme dans un réservoir naturellement fracturé à faible perméabilité, *J. Pet. Sci. Eng.* 156, 110-117. [[Google Scholar](#)]
- Huang T., Du P., Peng X., Wang P., Zou G. (2020) Chute de pression et modèle de coefficient fractal non-Darcy pour l'écoulement de fluide à travers un milieu poreux, *J. Pet. Sci. Eng.* 184, 106579. [[Google Scholar](#)]
- Katz AJ, Thompson AH (1985) Pores de grès fractal: implications pour la conductivité et la formation des pores, *Phys. Rev. Lett.* 54, 1325-1328. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)] [[Google Scholar](#)]
- Kazemi H., Merrill LS, Porterfield KL, Zeman PR (1976) Simulation numérique de l'écoulement eau-huile dans les réservoirs naturellement fracturés, *SPE J.* 16, 6, 317-326. [[Google Scholar](#)]
- Kong X., Li D., Lu D. (2007) Formules de base de l'infiltration fractale et des courbes de type des réservoirs fractals, *Journal de l'Université Xi'an Shiyou (édition des sciences naturelles)* 22, 2, 1-10. [[Google Scholar](#)]
- Kong X., Li D., Lu D. (2009) Analyse de la pression transitoire dans les réservoirs fractals poreux et fracturés, *Sci. Chine, Ser. E: Technol. Sci.* 52, 9, 2700-2708. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Krohn CE (1988) Mesures fractales des grès, schistes et carbonates, *J. Geophys. Res.* 93, 3297-3305. [[Google Scholar](#)]
- Li Q., Xing H., Liu J., Liu X. (2015) Une revue sur la fracturation hydraulique d'un réservoir non conventionnel, *Petroleum* 1, 1, 8-15. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Lian PQ, Duan TZ, Xu R., Li LL, Li M. (2018) Comportement en pression de l'écoulement de gaz de schiste en milieu poreux double basé sur la théorie fractale, *Interprétation* 6, 4, SN1 - SN10. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Lim KT, Aziz K. (1995) Facteurs de forme de transfert de matrice-fracture pour simulateurs à double porosité, *J. Pet. Sci. Eng.* 13, 3, 169-178. [[Google Scholar](#)]
- Nelson PH (2009) Tailles des pores dans les grès, les grès serrés et les schistes, *AAPG Bull.* 93, 3, 329-340. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Noetinger B., Estebenet T. (2000) Mise à l'échelle de milieux fracturés à double porosité à l'aide de méthodes de marches aléatoires en temps continu, *Transp. Porous Media* 39, 3, 315-337. [[Google Scholar](#)]
- Ranjbar E., Hassanzadeh H., Chen Z. (2011) Effet des régimes d'appauvrissement de la pression de fracture sur le facteur de forme à double porosité pour l'écoulement de fluides compressibles dans des milieux poreux fracturés, *Adv. Water Resour.* 34, 12, 1681-1693. [[Google Scholar](#)]
- Saboorian-Jooybari H., Ashoori S., Mowazi G. (2015) Une nouvelle matrice transitoire / facteur de forme de fracture pour l'imbibition capillaire et gravimétrique dans les réservoirs fracturés, *Energy Sources Part A* 37, 23, 2497-2506. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Sarma P., Aziz K. (2004) Nouvelles fonctions de transfert pour la simulation de réservoirs naturellement fracturés avec des modèles à double porosité, dans: *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Houston, Texas, 26-29 septembre, Society of Petroleum Engineers. [[Google Scholar](#)]
- Thomas LK, Dixon TN, Pierson RG (1983) Simulation de réservoir fracturé, *SPE J.* 23, 1, 42-54. [[Google Scholar](#)]
- Ueda Y., Murata S., Watanabe Y., Funatsu K. (1989) Enquête sur le facteur de forme utilisé dans le simulateur de réservoir à double porosité, dans: *SPE Asia-Pacific Conference*, 13-15 septembre, Sydney, Society of Petroleum Ingénieurs. [[Google Scholar](#)]
- Vishkai M., Gates I. (2019) Sur la fracturation hydraulique à plusieurs étages dans les réservoirs de gaz étanches: Formation de Montney, Alberta, Canada, *J. Pet. Sci. Eng.* 174, 1127-1141. [[Google Scholar](#)]
- Wang W., Yuan B., Su Y., Sheng G., Yao W., Gao H., Wang K. (2018) Un modèle fractal composite à double porosité pour les puits horizontaux fracturés en canal, *Eng. Appl. Comput. Fluid Mech.* 12, 1, 104-116. [[Google Scholar](#)]
- Wang W., Zheng D., Sheng G., Zhang Q., Su Y. (2017) Un examen de la caractérisation du volume de réservoir stimulé pour plusieurs puits horizontaux fracturés dans des réservoirs non conventionnels, *Adv. Geo-Energy Res.* 1, 1, 54-63. [[CrossRef](#)] [[Google Scholar](#)]
- Warren JE, Root PJ (1963) Le comportement des réservoirs naturellement fracturés, *SPE J.* 3, 3, 245-255. [[Google Scholar](#)]
- Yao Y., Wu Y., Zhang R. (2012) L'analyse de l'écoulement transitoire d'un fluide dans un réservoir fractal à double porosité, *Transp. Porous Media* 94, 1, 175-187. [[Google Scholar](#)]

- Ye W., Wang X., Cao C., Yu W. (2019) Un modèle fractal pour le gradient de pression de seuil des réservoirs de pétrole étanches, *J.Pet. Sci. Eng.* 179, 427–431. [[Google Scholar](#)]
- Yin S., Xie R., Ding W., Shan Y., Zhou W. (2017) Influences des caractéristiques fractales des roches réservoirs sur la perméabilité, réserve lithologique. 29, 4, 81–90. [[Google Scholar](#)]
- Yu B., Cheng P. (2002) Un modèle de perméabilité fractale pour les milieux poreux bi-dispersés, *Int. J. Heat Mass Transf.* 45, 14, 2983-2993. [[Google Scholar](#)]
- Yun M., Yu B., Cai J. (2009) Analyse des caractères d'infiltration dans les milieux poreux fractals, *Int. J. Heat Mass Transf.* 52, 13, 3272–3278. [[Google Scholar](#)]
- Zhou D., Ge J., Li Y., Cai Y. (2000) Etablissement de la fonction d'écoulement d'interporosité de réservoirs fracturés complexes, *OGRT* 7, 2, 30–32. [[Google Scholar](#)]
- Zimmerman RW, Chen G., Hadgu T., Bodvarsson GS (1993) Un modèle numérique à double porosité avec traitement semi-analytique de l'écoulement fracture / matrice, *Water Resour. Res.* 29, 7, 2127-2137. [[Google Scholar](#)]

## Tous les tableaux

**Tableau 1** Les facteurs de forme définis par divers modèles.

[Dans le texte](#)

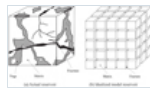
**Tableau 2** Paramètres de base utilisés dans la simulation numérique.

[Dans le texte](#)

**Tableau 3** Le point zéro positif de la fonction de Bessel à différentes valeurs de dimension fractale de tortuosité.

[Dans le texte](#)

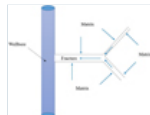
## Tous les chiffres



**Fig. 1**

Schéma de l'idéalisation des réservoirs fracturés ( [Warren et Root, 1963](#) ).

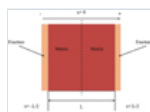
[Dans le texte](#)



**Fig. 2**

Schéma des milieux à double porosité.

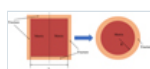
[Dans le texte](#)



**Fig. 3**

Schéma du système de fracture matrice 1D.

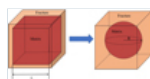
[Dans le texte](#)



**Fig. 4**

Schéma du système de fracture matrice 2D.

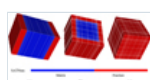
[Dans le texte](#)



**Fig. 5**

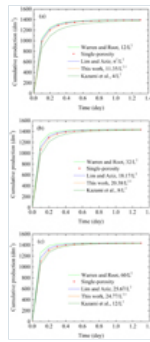
Schéma du système de fracture matrice 3D.

[Dans le texte](#)



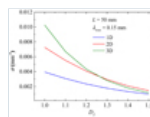
**Fig. 6**

Schéma de modèles à mailles fines à simple porosité pour (a) 1D, (b) 2D et (c) 3D.



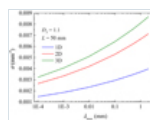
**Fig. 7**

Courbes de production cumulative du modèle à double porosité avec différents facteurs de forme et modèle à grille fine à simple porosité, (a) écoulement 1D; (b) flux 2D; (c) Flux 3D.



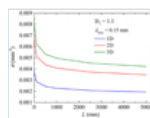
**Fig. 8**

L'impact de la dimension fractale de tortuosité de la matrice sur le facteur de forme fractale.



**Fig. 9**

L'impact du diamètre maximal des pores de la matrice sur le facteur de forme fractale.



**Fig. 10**

L'impact de la longueur caractéristique de la matrice sur le facteur de forme fractale.